

Magneto-Atmosphärische Wellen in der Umbra von Sonnenflecken

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
in der Wissenschaftsdisziplin Astrophysik

eingereicht an der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Potsdam

von

AXEL SETTELE

Potsdam, im Juli 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Allgemeine Einführung	1
1.2	Was wird beobachtet?	3
1.3	Was sagt die Theorie?	6
1.3.1	fast-mode-Resonator	8
1.3.2	slow-mode-Resonator	8
1.3.3	Keiner von beiden Resonatoren	9
2	Der Sonnenfleckfilter	11
2.1	Analogien	11
2.2	Magneto-atmosphärische Wellen	12
2.3	Modellierung der Atmosphären	13
2.4	Numerische Lösung - Teil I	16
2.5	Berechnung der Transmissionskoeffizienten	16
2.6	Numerische Lösung - Teil II	19
2.7	Überprüfen der Rechnungen	20
2.8	Ergebnisse für den Spezialfall: $k_{\perp} = 0$	20
2.8.1	Isotherme Atmosphäre	20
2.8.2	Sonnenfleckatmosphäre	20
2.8.3	Der Einfluss des Atmosphärenmodells	25
2.8.4	Zusammenfassung	27
2.9	Ergebnisse für $k_{\perp} > 0$	28
2.9.1	Isotherme Atmosphäre	28
2.9.2	Sonnenfleckatmosphäre	29
2.9.3	Exkurs: Magnetfeldoszillationen	29
2.9.4	Zusammenfassung	32

3	Brücke zu den Beobachtungen	33
3.1	Sonnenfleckseismologie ?!	33
3.1.1	Geschwindigkeitsfeld	34
3.1.2	Phasenbeziehungen	37
3.2	Berechnung von Spektrallinien	37
3.2.1	Atmosphären und Atommodelle	37
3.2.2	Vergleich der Atmosphären	38
3.2.3	Simulation der Wellen und Auswertung	39
3.2.4	Ergebnisse	40
3.3	Zusammenfassung	43
4	Beobachtungen	45
4.1	Suche nach Magnetfeldoszillationen	45
4.1.1	Methoden der Beobachtung	46
4.1.2	Methoden der Auswertung	46
4.2	Beobachtungen	47
4.2.1	Datenkalibration	50
4.2.2	Inversion	52
4.2.3	Bildverschiebungen	53
4.2.4	Suche nach Oszillationen	54
4.2.5	Ergebnisse vom 10. Juni 2000	55
4.2.6	Ergebnisse vom 15. Juni 2000	60
4.3	Zusammenfassung	65
5	Zusammenfassung	67
A	Wellengleichungen	71
A.1	MHD-Gleichungen	71
A.2	Gestörte Grundgleichungen	72
A.3	Harmonische Wellen	74
A.4	Reihenentwicklung für isotherme Atmosphäre	74
A.5	Struktogramm	76
B	FPI-Spektrometer	77
B.1	Simulation	77
B.2	Bestimmung der physikalischen Parameter	78
B.3	Ergebnis	78
B.4	Zusammenfassung	79
	Literaturverzeichnis	81

Abbildungsverzeichnis

1.1	Die Sonne am 10. Juni 2000.	1
1.2	Ein Sonnenfleck. AR 9034 vom 10. Juni 2000	2
1.3	Obere Sonnenfleckstruktur.	2
1.4	Unterdrückung der 5 min-Oszillation im Fleck.	3
1.5	Temperaturschichtung der Sonnenfleck-Atmosphäre.	3
1.6	Geschwindigkeitsoszillationen in der Umbra.	5
1.7	Oszillationen über der Umbra.	5
1.8	Die Resonatoren.	6
1.9	Diagnostisches Diagramm.	7
2.1	Elektrischer Schwingkreis.	11
2.2	Schematischer Sonnenfleck.	12
2.3	Atmosphärische Parameter der Sonnenfleckatmosphäre von STAUDE.	15
2.4	Die Wellenfunktionen.	17
2.5	Randbedingungen.	18
2.6	Extremasuche.	19
2.7	Beispiel-Fit von <i>slow</i> - und <i>fast-mode</i>	19
2.8	Transmissionskoeffizienten.	21
2.9	Energiedichte.	22
2.10	Atmosphärenmodelle und ihre Transmissionskoeffizienten.	23
2.11	Energiedichten für Resonanzen.	24
2.12	Ergebnisse für eine isotherme Atmosphäre mit Sprung $k_{\perp} > 0$	28
2.13	Ergebnisse für eine Sonnenfleckatmosphäre, $k_{\perp} > 0$	30
2.14	Amplituden und Phasen von Magnetfeldoszillationen.	31
3.1	2D-Powerspektrum	34
3.2	Höhenabhängigkeit der Geschwindigkeits-Powerspektren.	35
3.3	Höhenabhängigkeit der Phasenbeziehungen.	36
3.4	Berechnete CaK-Linienkerne.	37

3.5	Beitragsfunktionen für CaK und FeI 630.15 nm.	38
3.6	Ergebnisse künstlicher Messreihen I.	42
3.7	Ergebnisse künstlicher Messreihen II.	43
4.1	ASP-Movie-Datei.	48
4.2	Stokes-Profile.	50
4.3	Stokes- I und V	52
4.4	Beobachteter Sonnenfleck vom 10.6.2000	56
4.5	Quadratmittel der beobachteten Oszillationen und der Simulation.	57
4.6	Powerspektrum der mittleren Umbra	57
4.7	Powerkarten	58
4.8	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 1	58
4.9	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 2	59
4.10	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 3	59
4.11	Beobachteter Sonnenfleck vom 15.6.2000	61
4.12	Quadratmittel der beobachteten Oszillationen und der Simulation.	62
4.13	Powerspektrum der mittleren Umbra	62
4.14	Powerkarten	63
4.15	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 1	63
4.16	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 2	64
4.17	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 3	64
4.18	Powerspektren und Zeitreihen, Beispielpixel 4	65
A.1	Struktogramm.	76
B.1	Demonstration des FPI <i>cross-talks</i>	78

Tabellenverzeichnis

1.1	Kurzübersicht ausgewählter Veröffentlichungen zu Sonnenfleck-Oszillationen (Beobachtung).	4
1.2	Kurzübersicht ausgewählter Veröffentlichungen zu Sonnenfleck-Oszillationen (Theorie).	10
3.1	Vergleich der Entstehungshöhen für CaK und FeI 630.15 nm.	40
3.2	Vergleich der Amplituden für CaK und FeI 630.15 nm	41
4.2	Zusammenfassung der beobachteten Flecken	48
4.1	Kurzübersicht ausgewählter Veröffentlichungen zu Magnetfeldoszillationen.	49
4.3	Definition der Frequenzbereiche.	54
4.4	Sonnenfleck AR 9034	55
4.5	Sonnenfleck AR 9036	61

Kapitel 1

Einleitung

Da sprach Gott: »Licht entstehe!«, und das Licht strahlte auf. Und Gott sah das Licht an: Es war gut.

Genesis 1,3-4

Dieses Kapitel beginnt zunächst mit einer (hoffentlich) allgemein verständlichen Einführung mit geschichtlichem Abriss zum Thema der Arbeit. Hauptquellen für diesen Teil sind das [Internet](#)¹ und [Hamel \(1996\)](#). Darauf folgt eine Zusammenfassung der neueren Beobachtungen auf diesem Gebiet und schließlich eine Übersicht der theoretischen Erklärungsversuche. Ein vollständiger Überblick der nun schon fast unüberschaubaren Literatur zu diesem Thema kann hier nicht gegeben werden. Es gibt aber eine Reihe von Übersichtsartikeln: [Thomas & Weiss \(1992b\)](#), [Staude \(1999\)](#), [Bogdan \(2000\)](#), wobei hier nur die Neueren genannt sind.

1.1 Allgemeine Einführung

Die Sonne - ein Stern unter vielen in der Milchstraße, im Universum. Dennoch ein ganz besonderer Stern. Schon früh erkannten die Menschen ihre Abhängigkeit von der Sonne. In vielen Kulturen wurde sie deswegen zu einer Gottheit erhoben (z.B.: Kinich Ahau - Mayas; Inti - Inkas; Ra - Ägypten). Einige Herrscher begründeten ihre Legitimität damit, „Sohn des Sonnengottes“ zu sein. Und bis heute werden oft die Winter- und Sommersonnenwende gefeiert.

Letztendlich ist sie *der* Energielieferant, der unser Leben auf der Erde erst ermöglicht hat. Wir leben von der Energie, die sie uns vor tausenden von Jahren geschickt hat und in Form von fossilen Brennstoffen vorliegt, und auch direkt von der Energie, die vor 8 Minuten die Sonnenoberfläche verlassen hat. Die Sonne diente als Grundlage für Uhr und Kalender und wurde infolgedessen auch Gegenstand von Beobachtung und Forschung. Die Voraussage von



Abb. 1.1: Die Sonne am 10. Juni 2000. MDI Intensitätsbild, Mitte-Rand-Verdunkelung ist herausgenommen ([Scherrer et al. 1995](#)).

¹Suchmaschine: „Great Moments in the History of Solar Physics.“

Sonnenfinsternissen als Zeichen der Macht bekam schnell große Bedeutung für die Herrscher und Priester.

Aber die Sonne ist nicht, wie in manchen Religionen zeitweise zum Dogma erklärt, ein reiner Körper, sondern regelmäßig mit dunklen Schatten bzw. Flecken übersät. Die ersten schriftlichen Zeugnisse dieser Flecken stammen von den Chinesen um etwa 800 vor Christus. Um diese Sonnenflecken geht es in dieser Arbeit.

Die älteste erhaltene Sonnenfleckzeichnung ist von John of Worcester vom 8. Dezember 1128. Die ersten Teleskop-Beobachtungen wurden von Johann Goldschmid in Holland, Thomas Harriot in England, Galileo Galilei in Italien und Christoph Scheiner in Deutschland im 17. Jahrhundert n. Chr. durchgeführt. Es waren zum Teil auch die Sonnenflecken, die Galilei vor die Inquisition der Katholischen Kirche brachten.

Heinrich Schwabe (1844) fand den 11-jährigen Sonnenfleckenzyklus, darunter versteht man das periodische Ansteigen und Absinken der Häufigkeit von Sonnenflecken auf der Sonnenoberfläche. Ein paar Jahre zuvor entdeckten William Hyde Wollaston und etwas später Joseph von Fraunhofer (1817) dunkle Linien im Sonnenspektrum, die nach Fraunhofer benannt wurden. Diese Entdeckung revolutionierte die Sonnenphysik und die gesamte Astronomie. Die Linien geben Aufschluss über die Atome in den Sternatmosphären. So bekommt man wichtige Hinweise über die Druck-, Temperatur-, Dichteschichtung der Atmosphären und die darin vorhandenen Geschwindigkeiten (Doppler-Effekt). 1859 wurde von Robert Wilhelm Bunsen und Gustav Kirchhoff die chemische Zusammensetzung der Sonne (natmosphäre) durch Vergleich der gemessenen solaren Spektrallinien mit auf der Erde erzeugten Linien gefunden.

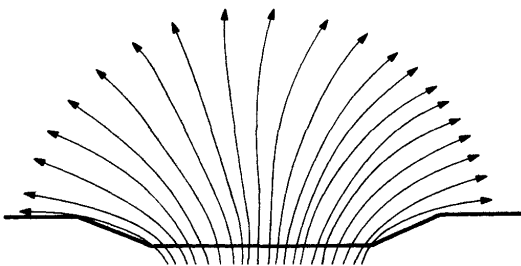


Abb. 1.3: Obere Sonnenfleckstruktur aus Thomas & Weiss (1992a). (Unten scheiden sich die Geister.) Dargestellt ist das Auffächern der Magnetfelder in der oberen Atmosphäre und das Absinken der Sonnenoberfläche (Wilson-Effekt).

Die weitere Entwicklung der Messmethoden ermöglichte polarimetrische Messungen (Nutzung der Schwingungsebenen des Lichtes) und damit die Bestimmung der sogenannten Stokes-Vektoren. Mit deren Hilfe kann nun auch die Richtung der Magnetfeldlinien bestimmt werden². Somit haben wir von der groben Struktur der Sonnenflecken (Abb. 1.2) heute folgendes Bild:

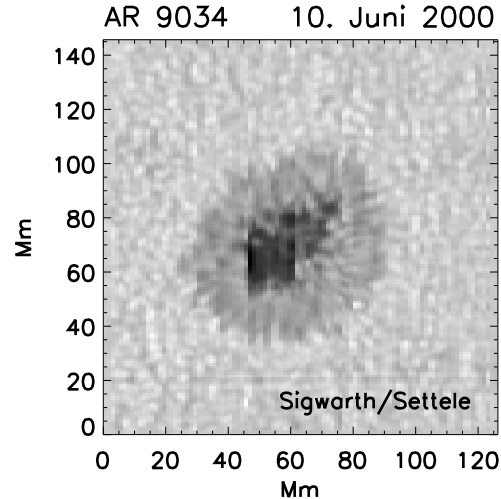


Abb. 1.2: Ein Sonnenfleck. Der dunkle Bereich wird Umbra genannt und ist von der fadenförmigen Penumbra umgeben. Außerhalb des Flecks sieht man die Granulation der „ruhigen“ Sonne.

Eine Aufspaltung von Spektrallinien in Magnetfeldern fand Zeeman 1896, dies machte eine weitere Komponente in der Sonnenatmosphäre den Beobachtern zugänglich: Die magnetische Natur der Sonnenflecken wurde erstmals von Hale (1908) nachgewiesen. Sonnenflecken treten meist doppelt in einer sogenannten „bipolaren Gruppe“ auf, wobei z.B. der bei der Sonnenrotation führende Fleck (p-Fleck) den magnetischen Nordpol stellt und der folgende Fleck (f-Fleck) den Südpol. Hale verlängerte in den folgenden Jahren den Sonnenfleckenzyklus von 11 auf 22 Jahre, da sich die Polarität der bipolaren Gruppen in zwei sich folgenden Aktivitätszyklen umkehrt.

²Für einen historischen Überblick über die polarimetrischen Messungen siehe Balasubramanian (1989)

Es handelt sich um einen Magnetfeldschlauch, der wahrscheinlich nicht monolithisch ist, sondern aus vielen kleinen Schläuchen zusammengesetzt ist. Durchbricht dieser die Oberfläche der Sonne, so bildet sich der bekannte dunkle Fleck. Die Magnetfelder fächern dabei durch die hydrostatische Druckabnahme in der höheren Atmosphäre wie ein Rasierpinsel auf. Den dunklen Kern, bei dem die Magnetfeldlinien nahezu senkrecht aus der Oberfläche herauskommen, nennt man Umbra (lat. Schatten), die fadenförmig nach außen verlaufende hellere Struktur nennt man Penumbra (lat. Halbschatten). Da die Magnetfelder zum einen die Konvektion im Fleck unterdrücken, wird dadurch ein Teil des Energietransports von unten behindert und der Fleck (ca. 3000 K) ist kühler als die umgebende ruhige Sonne (~ 5780 K). Des Weiteren ist die Gasdichte im Fleck geringer, da zum Gasdruck noch der magnetische Druck kommt und diese gemeinsam im Druckgleichgewicht mit dem Gasdruck außerhalb des Fleckes stehen. Der Fleck erscheint aus diesen beiden Gründen dunkler gegenüber seiner Umgebung. Die Ausdehnung eines Fleckes kann von einem bis zu mehreren 10 Mm betragen, seine Lebensdauer beträgt wenige Tage bis zwei Monate.

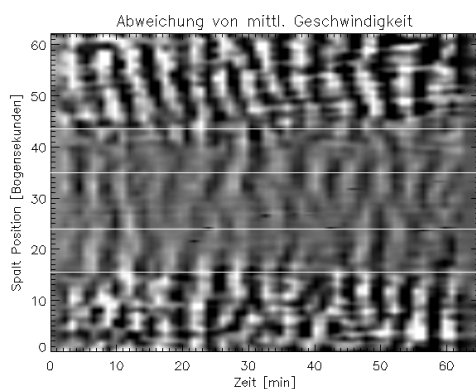


Abb. 1.4: Abweichung von der mittleren Geschwindigkeit (FeI 630.15 nm) entlang einer Zeitreihe an einer festen Spaltposition über den Fleck vom 10. Juni 2000. Die horizontalen Linien markieren den Übergang von ruhiger Sonne zur Penumbra und schließlich zur Umbra (Mitte). Man erkennt die 5 min-Oszillation und deren Unterdrückung im Fleck. Weiterhin sieht man, dass der Fleck nicht kohärent schwingt.

1.2 Was wird beobachtet?

Um die Beobachtungen und die Theorien zu verstehen, muss hier ein Exkurs über die Sonnen(fleck)atmosphäre folgen. Wenn wir die Temperaturschichtung der Atmosphäre betrachten, stößt man vom Inneren der Sonne kommend zunächst auf einen Abfall der Temperatur bis auf ca. 4200 K (3000 K im Sonnenfleck) in der Photosphäre. Von diesem Temperaturminimum steigt die Temperatur über etwa 1.5-2 Mm an, diesen Bereich nennt man Chromosphäre. Darauf folgt ein abrupter Temperaturanstieg in der sehr dünnen

Bei der Aufnahme von Zeitreihen entdeckten [Beckers & Tallant \(1969\)](#) periodisch wiederkehrende Aufhellungen (engl. umbral flashes) in den Linienkernen von CaII H & K, verursacht durch Schockwellen. Dies löste in den Folgejahren im Bereich der Beobachtung und der Theorie große Forschungsaktivität aus, die man unter dem Stichwort *Sonnenfleckoszillationen* zusammenfassen kann. Es wurden periodische Schwingungen in allen atmosphärischen Parametern, wie der Geschwindigkeit, Temperatur, etc. gefunden. Die bekannten 5-min-Schwingungen der ruhigen Sonne sind in den Flecken jedoch unterdrückt (vgl. Abb. 1.4), hingegen sind Oszillationen im 3 min Periodenbereich im Vergleich zur ruhigen Sonne verstärkt. In den letzten Jahren wurde zunehmend nach den sehr umstrittenen Magnetfeldoszillationen gesucht. Der erste Versuch dieser Messungen geht auf [Moglievskij et al. \(1973\)](#) zurück.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit diesen Schwingungen in der Umbra von Sonnenflecken.

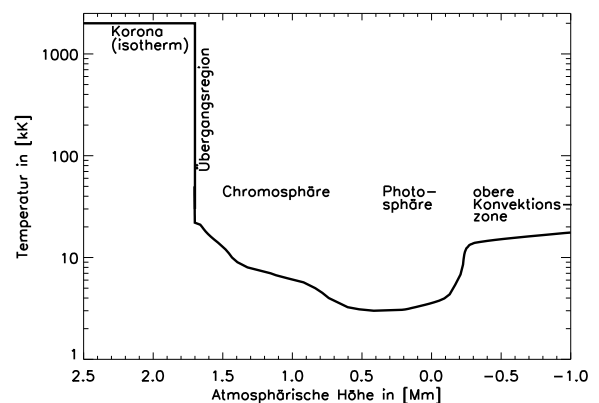


Abb. 1.5: Temperaturschichtung der Sonnenfleck-Atmosphäre.

Veröffentlichung	Linie	Photosphäre	Chromosphäre	Übergangsregion
Gurman et al. (1982)	C IV 1548.19 Si IV 1402.77 O IV 1401.16			3 min, 0.8-3.5 km/s aufwärts laufend
Kneer et al. (1981) Uexküll et al. (1983)	Ca II H&K Ca II 8498 Ca II 8542 NaD _{1/2} , H _α Ni I 5893	keine 3 min	3 min, fast stehende Wellen, leicht aufwärts laufend	
Lites et al. (1982)	Ca II 8542		3 min, 260 m/s rms	
Thomas et al. (1984)	Fe I 6303 Ca II H&K	5 min, -1.6 km/s rms	3 min, -5.5 km/s rms	
Lites (1984)	Fe I 5434		3 min, 160 m/s rms	
Lites & Thomas (1985)	Ti I 6304 Fe I 5434	3 min, -44 m/s rms	3 min, -238 m/s rms	
Abdelatif et al. (1986)	Ti I 6304	3 min, -28 m/s rms 5 min -75 m/s		
Thomas et al. (1987)	Fe I 3969.27 Ca II H, He I 10830 C IV 1548.19	5 min, 62 m/s	3 min, 1.1 km/s	3 min, 1.35 km/s
Lites (1986)	He I 10830 Ca II H		3 min, -1.18 km/s rms, 11 km/s pp 960 m/s rms Schocks	
Yoon et al. (1995)	Ca II H&K, 8498		3 min, 5-6 km/s, pp Schockwellen	
Rendtel et al. (1998)				3 min, 5 min
Bryndtsen et al. (1999)	O V 629 N V 1238 N V 1242			3 min, 2.4-2.7 km/s keine Schocks aufwärts laufend
Diese Arbeit	Fe I 6302.5 Ca II K	5 min 25.8 m/s rms	3 min, 100 m/s rms	

Tab. 1.1: Kurzübersicht ausgewählter Beobachtungen zu Sonnenfleck-Oszillationen. Geschwindigkeitsangaben in RMS oder Peak-Peak (pp), Wellenlängen in Å.

(<200 km) Übergangsregion (engl. Transitionregion) auf bis zu 2 Mio. K in der Korona (siehe Abb. 1.5).

Mit Hilfe der Kenntnisse über die Entstehungshöhen der Spektrallinien kann man nun in verschiedenen Höhen dieser Atmosphäre messen (siehe z.B. Tab. 1.1, Vernazza et al. (1981)). So entsteht die Linie FeI 630.15 nm in der Photosphäre, CaK formt sich über einen großen Bereich der Chromosphäre und O v 62.9 nm entspringt der Übergangsregion.

Bei der Suche nach Oszillationen führt man eine Frequenzanalyse einer gemessenen Zeitreihe der gewünschten Parameter, z.B. Geschwindigkeit, Intensität, Magnetfeld, usw. durch. Die Geschwindigkeit bekommt man aus der Doppler-Verschiebung des Profils, das Magnetfeld wird oft aus der Zeeman-Aufspaltung bestimmt. Bei der Suche nach Oszillationen sollte jedoch eine richtige Inversion des Profils vorgezogen werden. Zur Frequenzanalyse wird i.A. eine numerische FFT (Fast-Fourier-Transform, siehe z.B. Press et al. (1992)) verwendet.

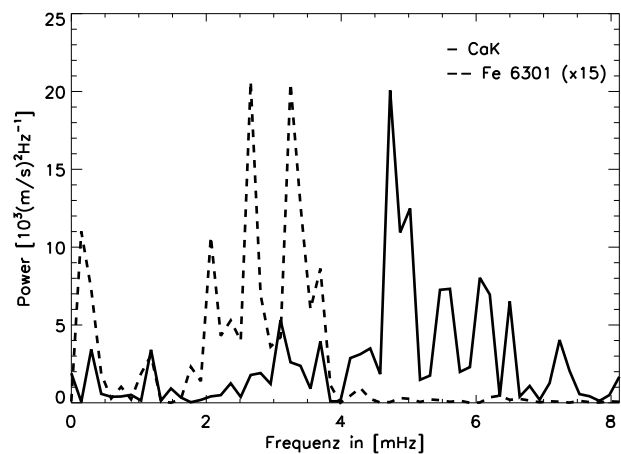


Abb. 1.6: Geschwindigkeitsoszillationen in der Umbra. In der Photosphäre misst man Schwingungen im 5 min-Bereich, während man in der Chromosphäre 3 min-Oszillationen findet. Näheres zu dieser Messung siehe Kapitel 4.

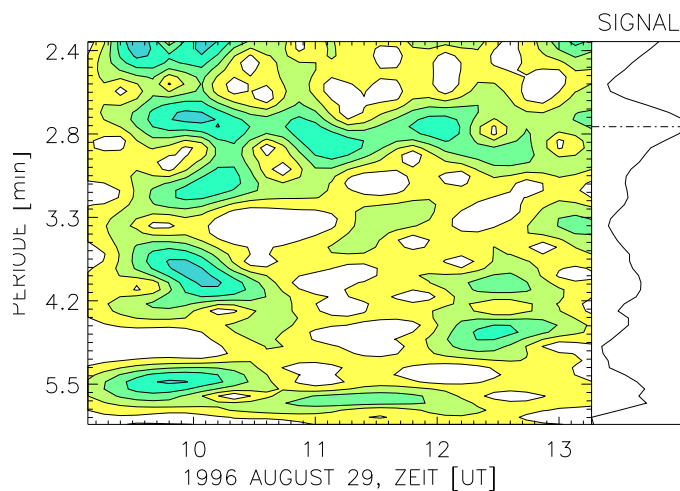


Abb. 1.7: Oszillationen über der Umbra. In der Übergangsregion findet man Schwingungen in verschiedenen Perioden, deren Anwesenheit auch zeitlich variiert (Rendtel et al. 1998).

Abb. 1.6 zeigt ein typisches Ergebnis aus einer Messung der Geschwindigkeitsoszillationen in der Umbra³. Die gestrichelte Linie zeigt die 15-fach verstärkte 5 min Oszillation in der photosphärischen Eisen-Linie. Die allgemein gemessenen Amplituden⁴ belaufen sich hier auf etwa 26-1600 m/s (rms⁵, siehe Tab. 1.1). Die durchgezogene Linie zeigt die Oszillationsfrequenzen des CaK-Linienkerns, der ein Bild der chromosphärischen Bewegungen liefert. In der Chromosphäre sind die 5 min fast vollständig unterdrückt, dafür sind die starken Schwingungen jetzt im Bereich von 3 min zu finden. Die Amplituden hier liegen bei ca. 100-3000 m/s (rms). Auffällig ist weiter, dass es sich nicht um einen einzelnen Peak handelt, sondern um eine ganze Gruppe von diskreten Oszillationen in den jeweiligen Frequenzbereichen.

³In diesem Fall eher am Umbra-Penumbra Rand, da die CaK Messung in der Umbra fehlgeschlagen ist. Das Ergebnis ist jedoch qualitativ vergleichbar (siehe Thomas et al. 1984).

⁴Die Bestimmung der Amplituden ist in der Literatur nicht einheitlich, siehe Kapitel 4

⁵rms - root mean square, man nimmt die Quadrate aller gemessenen Amplituden, summiert sie und zieht die Wurzel, danach teilt man sie noch durch die Anzahl. Das ergibt im Grunde den Effektivwert, wenn man eine Sinusschwingung hat.

Abb. 1.7 zeigt die zeitliche Entwicklung der Intensitäts-Oszillationen in der Übergangsregion über einer Umbra (Rendtel et al. 1998). Man erkennt wieder diskrete Frequenzen, bei denen Oszillationen auftreten, hauptsächlich im Bereich der 3 min, jedoch auch im Bereich der 5 min. Die Oszillationen sind nicht unbedingt zeitlich stabil, bleiben aber in ihren Frequenzbereichen.

Es ergibt sich schließlich folgendes Bild: In den tiefen Schichten der Atmosphäre schwingt die Materie im 5 min-Rhythmus, drei Minuten sind hier kaum zu sehen. In der höheren Chromosphäre ist die 3 min-Oszillation maßgeblich mit stark unterdrückten 5 min. Oben in der Übergangsregion kommen vereinzelt 5 min an, aber auch hier sieht man hauptsächlich 3 min. Die Amplituden erhöhen sich von unten nach oben.

Nimmt man zusätzlich die Untersuchungen der Schwingungsphasen in verschiedenen Höhen dazu, erhält man die Information, ob sich die Wellen bewegen, und wenn ja, in welche Richtung sie fortschreiten. Die Beobachtungen haben fast stehende Wellen, nach oben fortschreitende Wellen bis hin zu nach oben laufende Schockwellen gezeigt (siehe Tabelle 1.1).

Auf die umstrittenen Magnetfeld-Oszillationen wird im Kapitel 4 eingegangen.

1.3 Was sagt die Theorie?

Die zwei hauptsächlich in Sonnenflecken gemessenen Oszillationsperioden werden von der Theorie getrennt behandelt: Die Fünf-Minuten-Schwingungen werden meist als passive Antwort des Sonnenflecks auf die ihn umgebenden 5 min p-Moden (p steht für Druck) Schwingung der ruhigen Sonne angesehen (z.B. Stix 1989, Penn & LaBonte 1993). Sie sind nicht Gegenstand dieser Arbeit. Die Drei-Minuten-Oszillationen werden als Resonanz⁶ des Sonnenflecks selbst angesehen und sind Thema einer großen Anzahl von Arbeiten - auch dieser.

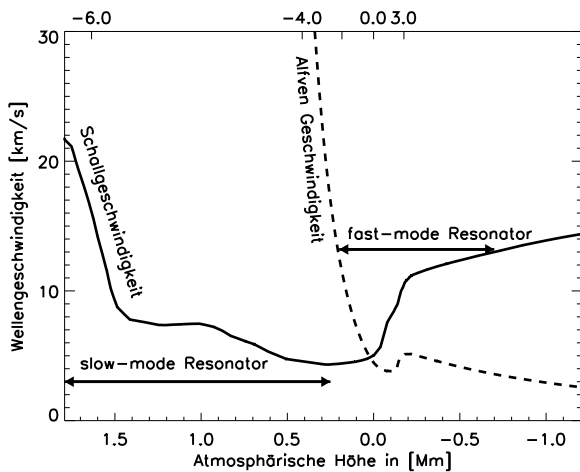


Abb. 1.8: Die Resonatoren. In der oberen Skala ist die optische Tiefe für $\lg \tau_{7500}$ angegeben, die gleichzeitig die Null-Höhe (die Sonnenoberfläche) in der geometrischen Höhenskala (untere Skala) angibt. Links an die Zeichnung schließen die Übergangsregion und die Korona an (Schallgeschwindigkeit ≈ 200 km/s).

und propagiert den *slow-mode* Resonator. Was damit gemeint ist, wird im Folgenden kurz erklärt⁷.

Es gibt zwei physikalische Ansätze zum Studium dieser 3 min-Moden, die sich auch in zwei sich hart bekämpfenden (siehe z.B. Thomas 1984, Zugzda et al. 1985) und nicht beendeten Serien von Veröffentlichungen verfolgen lassen (eine Auswahl ist in Tab. 1.2 S. 10 gegeben). Gemeinsam ist beiden Gruppen, dass sie sich mit dem gleichen Gleichungssystem, das Ferraro & Plumpton (1958) hergeleitet haben, beschäftigen. Die eine Gruppe untersucht die klassische Resonanz im Fleck, die ursprünglich von der Untersuchung der p-Moden der ruhigen Sonne herrühren. Als Ergebnis setzt diese auf den sogenannten *fast-mode* Resonator. Auf der anderen Seite besteht die zweite Gruppe auf das resonante Filtern von einlaufenden Wellen

⁶Eine Resonanz bzw. ein Resonator entsteht, wenn es in einem Medium mindestens zwei Begrenzungen gibt, an denen Wellen in diesem Medium reflektiert werden und sich stehende Wellen in seinem Inneren ausbilden können.

⁷Die Formeln werden in nächsten Kapitel nachgeholt.

Wenn man sich in einem Raum unterhält, geschieht das durch den Austausch von akustischen Wellen. Ist der Raum mit einem Magnetfeld durchsetzt und zudem noch so heiß, dass ionisierte Atome vorliegen (Plasma), verändert das Magnetfeld die Wellenausbreitung und man spricht von magneto-akustische Wellen. Laufen die Wellen nicht nur horizontal zur Oberfläche (des Sterns), sondern auch in die Vertikale, so ist die hydrostatische Schichtung nicht zu vernachlässigen und man hat es mit magneto-akustischen-Schwerewellen (MAG - magneto-acoustic-gravity waves) zu tun. Je nachdem, welcher Druck am größten ist (der magnetische oder der hydrostatische), bestimmt entweder mehr das Magnetfeld ($\beta < 1$)⁸ oder die Materie ($\beta > 1$) die Wellenausbreitung.

Schallwellen sind longitudinale Wellen, ihre Geschwindigkeit C_S ist proportional der Wurzel aus der lokalen Temperatur T ($C_S \sim \sqrt{T}$), (vgl. Abb. 1.8 und 1.5). Reine Wellen des Magnetfeldes, Alfvén-Wellen, haben einen transversalen Charakter, d.h. die Auslenkung geschieht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, ihre Geschwindigkeit C_A ist proportional zur Dichte $\rho^{-1/2}$. Meist hat man es mit einem Gemisch beider Wellen zu tun und die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist nicht trivial. Im Sonderfall, bei dem das Magnetfeld parallel zur Ausbreitungsrichtung ist, gibt es aber zwei eindeutige Fälle: Der *fast-mode* hat die größere der beiden Geschwindigkeiten (C_A, C_S) und der *slow-mode* bewegt sich mit der kleineren der beiden Geschwindigkeiten. Abb. 1.8 zeigt, warum dieser Umstand in vielen Veröffentlichungen bei der Interpretation Probleme bereitet hat: Was in tiefen Schichten der Atmosphäre der *fast-mode* ist (die akustische Welle), ist in hohen Schichten der *slow-mode*. In Höhe der gleichen Geschwindigkeit ($C_A \approx C_S$) sind beide Wellentypen stark gekoppelt, wohingegen sie in den beiden anderen Extrema nahezu entkoppelt sind und sich unabhängig voneinander bewegen.

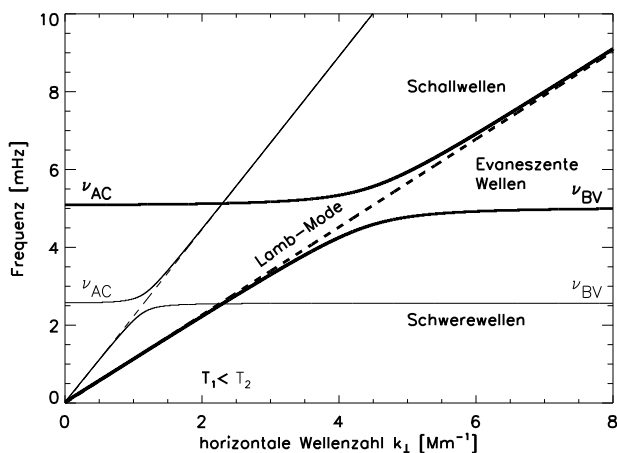


Abb. 1.9: Diagnostisches Diagramm einer isothermen Atmosphäre ($\gamma = 5/3$, $g = 274 \text{ m/s}^2$, dicke Linie: $C_S = 7.1 \text{ km/s}$, dünne Linie: $C_S = 14 \text{ km/s}$). Zur Berechnung des Diagramms siehe z.B. Priest (1984).

Linien sind für eine niedrigere Temperatur T_1 und die dünnen Linien für eine höhere Temperatur T_2 gültig. Als Beispiel sei hier der Schnittpunkt der Graphen für den Übergang von Schallwelle zur evaneszenten Welle bei einer konstanten Frequenz von etwa 5 mHz und einer konstanten horizontalen Wellenzahl von ca. 2.25 Mm^{-1} betrachtet. Eine Welle, die bei T_1 in diesem Punkt gerade evaneszent ist wird dort reflektiert, läuft dann nach unten zu höheren Temperaturen hin

Die Ausbreitung der akustischen Schwerewellen wird meist mit dem „Diagnostischen Diagramm“ (Abb. 1.9) beschrieben. Auf der Ordinate wird die Schwingungsfrequenz ν aufgetragen, die Abszisse bezeichnet die horizontale Wellenzahl k_{\perp} . Der Wellenzahlvektor $\vec{k} = (k_{\perp}, k_{\parallel})$ gibt die Richtung der Wellenausbreitung vor, wobei parallel (\parallel) im Sinne von parallel zur Normalen der Sonnenoberfläche gemeint ist. Für eine Welle in isothermer Atmosphäre gibt es hier drei Bereiche: Laufende Schallwellen, evaneszente⁹ Wellen und Schwerewellen. Der eingezeichnete Lamb-Mode (gestrichelte Linie) beschreibt Wellen, für die $\nu = k_{\perp} C_S$ ($k_{\parallel} = 0$) gilt, d.h. im Falle laufender Wellen breiten sich die Wellen rein horizontal aus. Die dicken

⁸ Das Plasma- β ist als das Verhältnis von Gas- und magnetischem Druck definiert. In Abhängigkeit von Schall- und Alfvéngeschwindigkeit (C_S und C_A) ist $\beta = 2C_S^2/(\gamma C_A^2)$, wobei γ der Adiabatenkoeffizient ist.

⁹ *Evaneszent* bedeutet, dass die Amplitude räumlich exponentiell abfällt und sich die Welle nicht weiter ausbreiten kann. Man spricht auch von „Oberflächenwellen“.

in die Sonne, wobei sie immer mehr von der senkrechten Ausbreitung abweicht und schließlich bei T_2 horizontal verläuft, um wieder an die Oberfläche zurückzukehren. Die Welle ist damit zwischen diesen beiden Temperaturbereichen gefangen.

1.3.1 fast-mode-Resonator

Der sogenannte *fast-mode*-Resonator befindet sich in der unteren Photosphäre (siehe Abb. 1.8). Seine reflektierenden Grenzen werden i.A. angegeben als die stark ansteigende Alfvén-Geschwindigkeit in der Photosphäre und der in tiefen Schichten ansteigenden Schallgeschwindigkeit.

Die Gruppe, die diesen Resonator favorisiert, baut auf die Berechnung von Eigenwerten, die unter gegebenen Randbedingungen Resonanzfrequenzen (ω) und/oder horizontale Wellenzahlen (k_{\perp}) hervorbringt. Die Randbedingungen sind der Knackpunkt. In der oberen Photosphäre ist das weniger problematisch, der *fast-mode* ist dort evaneszent, der *slow-mode* ist im Bereich der 5 min-Schwingungen ebenfalls evaneszent, ansonsten kann man sich eine Reflektion am Temperaturminimum vorstellen. Unten wird der *fast-mode* wieder nach oben gelenkt, er kommt frequenzabhängig genau so tief, bis er vollständig horizontal läuft. Mit dem *slow-mode* gibt es jedoch Schwierigkeiten, den kann man nur mit einer physikalischen Begründung (z.B. einsetzende Konvektion) hart reflektieren, diese Höhe ist jedoch recht willkürlich.

Scheuer & Thomas (1981) setzen feste Randbedingungen in Subphotosphäre und Chromosphäre (Wellenamplituden sind null) und haben in der Mitte einen Bereich, wo die Wellen mit einer gegebenen Amplitude angeregt werden. Notwendigerweise bekommt man dabei ω/k_{\perp} -Werte, an denen die Energiedichte divergiert, weil genau auf die treibende Stelle eine Nullstelle der Wellenfunktion trifft. Schließlich verzichtet man auf die festgehaltene Amplitude und verschiebt das untere Ende in der Höhe, somit ändert man nur noch die gesamte Größe des Resonators. An diesem unteren Ende soll auch die Resonanz durch einsetzende Konvektion angeregt werden. Von Thomas & Scheuer (1982) wird diese Stelle angepasst, um die beobachteten Frequenzen zu erhalten. Sie schließen daraus auf die Tiefe, in der die Konvektion einsetzt. Diesen Ansatz verfolgen auch Wood (1990) und Hasan (1991). Wood (1997) baut zusätzlich noch eine weniger starke Randbedingung ein, indem er die Ableitungen null setzt. Insgesamt leidet diese Vorgehensweise daran, dass man diese Randbedingung sehr schwer rechtfertigen kann und (relativ) willkürlich Nullstellen der Wellen postuliert. Mit Cally & Bogdan (1993) begann dann ein vollkommen neuer Abschnitt: Es wurden als Randbedingungen Reihenentwicklungen eingesetzt, die damit auch den Energiefluss aus und in den Resonator erlauben. Cally et al. (1994) und Lites et al. (1998) haben die Modellrechnungen auf semi-empirische Atmosphären erweitert. Letztere zeigen schon Anzeichen des *slow-mode*-Resonators, ohne dass die Autoren es gesondert im Text erörtern. Sie interessieren sich mehr für die durch das Magnetfeld veränderten p-Moden der ruhigen Sonne und nennen diese π -Moden.

1.3.2 slow-mode-Resonator

Der *slow-mode*-Resonator befindet sich zwischen dem Temperatur-Minimum in der Photosphäre und dem starken Temperaturanstieg in der Übergangsregion (Thomas & Weiss 1992b). Die Atmosphäreneigenschaften ändern sich an diesen Stellen, sodass eine Reflektion der Wellen auftritt. (Es treten natürlich überall in der Atmosphäre Reflektionen auf, nur an diesen Stellen besonders ausgeprägt.)

So verschieden die Orte der gesuchten Resonatoren sind, so unterschiedlich sind auch die Untersuchungsmethoden. Die *slow-mode*-Gruppe nutzt vor allem die Reflektion der Wellen und

sucht nach Frequenzen, bei denen die Transmission maximal wird, also die Atmosphäre für die Wellen durchlässig wird. Die Atmosphäre arbeitet also als Filter für ein breites, im Idealfall weißes Spektrum an Wellenfrequenzen. Die Seismologie von Sonnenflecken begannen [Zhugzhda et al. \(1983\)](#), sie betrachteten nur vertikale (akustische) Wellen, teilten die Atmosphäre in 10 Abschnitte mit konstanten Temperaturgradienten und setzten an den Übergangsstellen die analytische Lösungen ([Syrovatskii & Zhugzhda 1967](#)) zusammen, um einen Transmissionskoeffizienten zu erhalten. Sie bekamen Transmissionspeaks im 3 min-Bereich. Die Methode wurde in den folgenden Arbeiten verfeinert, man nutzte mehr Atmosphärenabschnitte und mehrere Atmosphärenmodelle, in denen z.B. die Länge der Chromosphäre oder die Temperatur des Temperaturminimums verändert wurde ([Zugzda et al. 1984, 1987](#), [Staude et al. 1987](#)). Es wurde schließlich versucht, direkt Aussagen über die Atmosphärenstruktur zu erhalten ([Locans et al. 1988](#)).

[Lee & Yun \(1987\)](#) berechnen in semi-empirischen Sonnenfleckenatmosphären die Transmission, wobei sie eine akustische ebene Welle in der Photosphäre (schwache B-Feld-Lösung) an eine starke B-Feld-Lösung in der Chromosphäre im Punkt der angenommenen Konversion ($C_S=C_A$) aneinander knüpfen. Die Behauptung, in dieser Weise beide Resonatoren abzudecken, ist sonderbar, weil in beiden Fällen die horizontale Ausdehnung als unendlich angenommen wurde und damit keine richtige Kopplung stattfindet, d.h. der photosphärische *fast-mode* fällt heraus. Weiterhin bräuchte man für den *slow-mode* in der Subphotosphäre eine von Hand gesetzte Grenze.

Mit reinen hydrodynamischen Rechnungen zeigten [Gurman & Leibacher \(1984\)](#), dass jede Atmosphäre mit einem Temperaturminimum Resonanzen zeigt. Sie bemerkten die Unabhängigkeit der Transmission von der horizontalen Wellenzahl k_{\perp} . Schon [Uchida \(1967\)](#) beschäftigte sich mit der Transmission von hydrodynamischen Schwerewellen in der granularen Struktur der Sonnenatmosphäre.

1.3.3 Keiner von beiden Resonatoren

Eine in diesem Zusammenhang weniger beachtete Theorie sei hier noch erwähnt: [Souffrin \(1966\)](#) zeigt, dass eine Störung mit glattem Frequenzspektrum in tiefen Schichten einer Atmosphäre, in höheren Schichten zu einem Spektrum mit Peak an der cut-off¹⁰ Frequenz führt. Die Idee geht auf [Lamb \(1908\)](#) zurück. Man hat damit versucht, die 5 min-Oszillationen der ruhigen Sonne zu erklären und kam parallel auf die 3 min-Schwingungen der Chromosphäre (z.B. [Provost 1976](#)). Die 5 min-Oszillationen sind jedoch seit [Deubner \(1975\)](#) eindeutig als Eigenmoden der gesamten Sonne identifiziert. [Fleck \(1991, Universität Würzburg\)](#) zeigte, dass „jede Störung des Gleichgewichtszustands einer hydrostatisch geschichteten Atmosphäre zur Anregung von Oszillationen an der cut-off-Frequenz führt“. Das bedeutet, die 3 min-Schwingungen könnten von den 5 min angeregt werden, da die cut-off-Frequenz in der Photosphäre bei etwa $1/(3 \text{ min})$ liegt. Die diskutierten Resonatoren wären in diesem Bild nicht mehr nötig. Es lässt sich aber damit nicht so einfach die Tatsache erklären, dass man mehrere diskrete Frequenzen bei 3 min beobachtet.

Zeitweise wurden auch versucht reine Alfvén-Wellen-Resonatoren zur Erklärung der Schwingungen heranzuziehen, jedoch braucht man auch hierzu eine von Hand gesetzte Grenze in der Konvektionszone (siehe z.B. [Campos 1989](#)).

Gegenstand dieser Arbeit sind also die Oszillationen in der Umbra von Sonnenflecken im Periodenbereich von drei Minuten. Sie werden im Sinne des *slow-mode*-Resonators behandelt und untersucht.

¹⁰Die *cut-off* Frequenz ν_{AC} ist jene Frequenz in einer Atmosphäre, mit der sich Wellen nicht mehr ausbreiten können, sondern evaneszent werden.

Veröffentlichung	R	k_{\perp}	M	A	B	Kommentar
Uchida & Sakurai (1975)						„vertical motions induced by standing Alfvén wave trapped in the region between overstable layer under the photosphere and the chromosphere-corona transition layer.“
Scheuer & Thomas (1981)	f	$\neq 0$	EW	3l	$o/u=0$	„The resonant modes are due to upward reflection in the subphotosphere (due to increasing sound speed) and downward reflection in the photosphere and low chromosphere (due to increasing Alfvén speed; downward reflection in the chromosphere-corona transition is unimportant [...]).“
Thomas & Scheuer (1982)	f	$\neq 0$	EW	S	$o/u=0$	„adjust the level of forcing in the umbral subphotosphere in order to produce umbral oscillation with periods in the observed range.“
Wood (1990)	f	$\neq 0$	EW	S	$o/u=0$	
Hasan (1991)	f	$\neq 0$	EW	S	$o/u=0$	
Wood (1997)	f	$\neq 0$	EW	S	$o/u=0$, $d=0$	
Cally et al. (1994) Lites et al. (1998)	f	$\neq 0$	EW	S	asympt.	Nutzung von asymptotischer Lösungen an den Rändern
Zhugzhda et al. (1983) Zugzda et al. (1984) Zugzda et al. (1987) Staude et al. (1987) Locans et al. (1988)	s	$= 0$	TR	10l S	analyt.	Nutzung von Lösungen f. konstanten Temperaturgradienten Lösungen unabhängig von k_{\perp} , „Sonnenfleckseismologie“: Veränderung atmosphärischer Parameter und Betrachtung der Frequenzänderungen
Lee & Yun (1987)	s	≈ 0	TR	S		zusammengesetzte Lösungen, jedoch läuft es am Ende doch auf eher $k_{\perp} = 0$ hinaus, somit ist nur der slow-mode betrachtet, auch wenn die Autoren anderes vorgeben.
Gurman & Leibacher (1984)	s	$\neq 0$	TR	S	analyt.	hydrodynamische Rechnung
Settle et al. (1999b)	s	$\neq 0$	TR	S	asympt.	komplette Lösung für $k_{\perp} >= 0$
Settle et al. (2001c)	s	$= 0$	TR	S	asympt.	Vergleich verschiedener Atmosphären

Tab. 1.2: Kurzübersicht ausgewählter Veröffentlichungen zu Sonnenfleck-Oszillationen. R - Resonator; f - fast-mode, s - slow-mode; M - Methode; EW - Eigenwertproblem, TR - Durchlässigkeitsrechnung; A - Atmosphäre; nl - n-Schichten, S - semi-empirisch; Randbedingungen: $o/u=0$ - oberer/unterer Rand Auslenkung null, $d=0$ - Ableitung null, asymt. - asymptotische Lösungen, analyt. - analytische Lösungen.

Kapitel 2

Der Sonnenfleckfilter

Die Anschauung ist das Fundament aller Erkenntnis.

J.H. Pestalozzi

Im Vergleich liegt die einzige Möglichkeit zur Erkenntnis.

J.F. Herbart

In diesem Kapitel werden nach einer kurzen allgemeinen Einleitung die magneto-atmosphärischen Wellengleichungen beschrieben und der Weg, der letztlich zu den Frequenzen der Sonnenfleckoszillationen führt. Die hier berechneten Wellenfunktionen dienen dann im nächsten Kapitel als Grundlage zur Berechnung des Einflusses der Oszillationen auf die Spektrallinien.

2.1 Analogien

Die Idee, der in diesem Kapitel gefolgt wird, basiert auf einer grundlegenden Eigenschaft aller Wellen in einer begrenzten oder veränderlichen Umgebung: Sie lassen sich reflektieren und im Extremfall einfangen. Die reflektierenden Grenzen bzw. Randbedingungen entscheiden, Wellen welcher Frequenzen bevorzugt und welche unterdrückt werden. Diese Eigenschaft wurde historisch vielfach genutzt, wie zum Beispiel bei Glocken, Orgelpfeifen und anderen Musikinstrumenten. Im Zeitalter des elektrischen Stroms finden sich im alltäglichen Bereich viele Anwendungen, wie der elektrische Schwingkreis aus einem Kondensator und einer Spule, der uns in jedem Empfänger, sei es im Fernseher, Radio oder Handy, begleitet. Bei der Untersuchung von Spektrallinien verwendet man optische Filter, die nur einen sehr kleinen Wellenlängenbereich durchlassen (sog. Fabry-Perot-Interferometer). In der Quantenmechanik taucht der harmonische Oszillator auf, oder man berechnet Wellentransmission durch Potentiale (radioaktiver Zerfall von Atomkernen). Auch auf der Sonne findet dies Anwendung in der Untersuchung von Eigenschwingungen der gesamten Sonne. In dieser Arbeit wird die Filterwirkung der Sonnenatmosphäre betrachtet.

All diese Phänomene haben zwei gemeinsame Beschreibungsmöglichkeiten: Entweder man untersucht die Eigenschwingungen der Systeme durch Berechnung der Eigenwerte, oder man berechnet

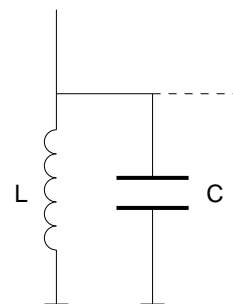


Abb. 2.1: Ein elektrischer Schwingkreis mit Spule (Induktivität L) und Kondensator (Kapazität C), wie er im Antennenbereich der Radiogeräte genutzt wird.

(oder misst) Transmissionskoeffizienten, die den jeweiligen Oszillator als Filter untersuchen. So bekommt man bei dem elektrischen Schwingkreis (Abb. 2.1) sehr schnell die Eigenfrequenz von $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, oder man misst die Durchlasskurve und kann so etwas über die Qualität des Empfängers/Filters aussagen, die der Halbwertsbreite der Resonanz entnommen wird. Beide Methoden führen auf die Resonanzen. Die weiter oben angeführten Beispiele unterscheiden sich in ihren Gleichungssystemen, die die jeweiligen Eigenheiten der verschiedenen Systeme beschreiben.

In diesem Kapitel wird davon ausgegangen, dass am „unteren Rand“ der Sonnenatmosphäre ein weißes Rauschen¹ von Schallwellen anliegt (angeregt durch z.B. konvektive Prozesse) und durch die darüber liegende Sonnenatmosphäre gefiltert wird. Als Ergebnis erhält man schließlich einen Transmissionskoeffizienten, der angibt, welcher Anteil der von unten einlaufenden Wellen die Korona erreicht.

2.2 Magneto-atmosphärische Wellen

Die Grundlage dieser Arbeit, wie auch vieler anderer in den letzten 40 Jahren veröffentlichten Arbeiten, bilden die Gleichungen von Ferraro & Plumpton (1958). Sie beschreiben lineare adiabatische Wellen in einer horizontal homogenen und vertikal geschichteten ionisierten Atmosphäre, die senkrecht von einem konstanten magnetischen Feld durchsetzt ist. D.h. in einem kartesischen Koordinatensystem ist das Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$ parallel zur wirkenden Gravitation $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ und zur z-Koordinate, weiterhin ist die Atmosphäre in der x-y Ebene homogen. Viskosität, thermische Leitfähigkeit und Strahlungseffekte wurden vernachlässigt.

Die Ableitung der Gleichungen erfolgt im Anhang A, hier der Übersichtlichkeit wegen nur eine kurze Beschreibung: Ferraro & Plumpton linearisierten die Induktions-, Kontinuitäts- und Bewegungsgleichung, eliminierten die Druck-, Dichte- und Magnetfeldstörungen und bekamen eine Vektorgleichung für die Geschwindigkeitsstörungen ($\vec{v} = \omega\vec{\xi}(z)\exp(ik_{\perp}x + i\omega t)$) oder Auslenkungen $\vec{\xi}$ der Wellen. Im gegebenen Fall, \vec{B} parallel zu \vec{g} , entkoppelt die Gleichung für die y-Komponente und stellt die reine Alfvén-Welle dar, die im Folgenden nicht von weiterem Interesse ist²:

$$\left(C_A^2 \frac{d^2}{dz^2} + \omega^2\right) \xi_y = 0 \quad (2.1)$$

Die x- und z-Komponente ergeben ein System von zwei gekoppelten Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die die Kopplung magneto-atmosphärischer Wellen beschreiben. Kompression, Auftrieb, Gravitation und magnetische Kräfte sind in den Gleichungen enthalten.

¹Unter *weißem Rauschen* versteht man in diesem Fall eine in allen Frequenzen mit gleicher Amplitude schwingende Atmosphäre. Das Frequenzspektrum wäre demnach flach.

²Ist \vec{B} nicht parallel und nicht senkrecht zu \vec{g} , so ergibt sich ein Gleichungssystem 6. Ordnung; falls \vec{B} senkrecht zu \vec{g} ist, hat man 3 entkoppelte Systeme 2. Ordnung.

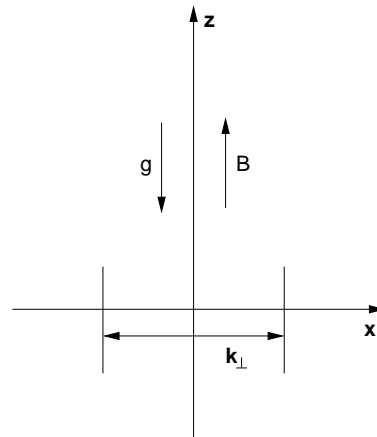


Abb. 2.2: In z-Richtung ist die Atmosphäre hydrostatisch geschichtet. Das Magnetfeld (B) verläuft parallel zur Gravitation (g). Die Ausdehnung des Sonnenflecks wird über die horizontale Wellenzahl (k_{\perp}) angegeben.

In dem hier untersuchten Fall mussten zu den ursprünglichen Gleichungen von Ferraro & Plumpton ein paar Terme hinzugefügt werden, um den Einfluss des Turbulenzdrucks und des höhenabhängigen adiabatischen Koeffizienten zu berücksichtigen. Diese werden bei den semi-empirischen Atmosphären-Modellen mit angegeben, aber offensichtlich von den meisten Autoren ignoriert. Der Turbulenzdruck wurde über eine höhenabhängige Gravitation eingearbeitet (siehe folgender Abschnitt 2.3). Weiterhin wurden in Gl. 2.3 die Ableitungen des Adiabatenkoeffizienten und der Gravitation eingefügt.

$$\left[C_A^2 \frac{d^2}{dz^2} + \omega^2 - k_\perp^2 (C_S^2 + C_A^2) \right] \xi_\perp = -ik_\perp \left(C_S^2 \frac{d}{dz} - g \right) \xi_\parallel \quad (2.2)$$

$$\left(C_S^2 \frac{d^2}{dz^2} - \left(\gamma g + \frac{C_S^2}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} \right) \frac{d}{dz} + \omega^2 - \frac{dg}{dz} \right) \xi_\parallel = -ik_\perp \left[C_S^2 \frac{d}{dz} - g(\gamma - 1) - \frac{C_S^2}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} \right] \xi_\perp \quad (2.3)$$

C_S und C_A beschreiben die Schall- und Alfvén-Geschwindigkeit, ω die Frequenz der Oszillation, k_\perp die horizontale Wellenzahl, g die Gravitation, γ den Adiabatenkoeffizienten und ξ_\parallel , ξ_\perp die parallele und senkrechte Auslenkung, wobei mit *parallel* die Richtung der z-Achse, also parallel zur Magnetfeldrichtung und der Gravitation gemeint ist. *Senkrecht* fällt in diesem Fall mit *horizontal*, also parallel zur Sonnenoberfläche, zusammen.

In der oberen Atmosphäre mit hoher Alfvén-Geschwindigkeit (C_A) und kleiner Schallgeschwindigkeit (C_S), also $\beta \ll 1$, ist der *fast-mode* evaneszent. Der *slow-mode* ist rein vertikal von den Magnetfeldlinien kanalisiert ($\xi_\perp \rightarrow 0$, siehe Abb. 2.4). Er verhält sich wie eine akustische-Schwerewelle bei $k_\perp = 0$. Die Kopplung beider Wellen ist bei $\beta \approx 1$ am größten, wenn auch die Wellenlängen der reinen Alfvén-Welle und der akustischen Welle übereinstimmen. Tief in der unteren Atmosphäre ($\beta \gg 1$) entkoppeln sich die Wellen wieder. Setzt man $k_\perp = 0$, ergibt sich aus Gl. 2.2 eine reine Alfvén-Welle und aus Gl. 2.3 eine vertikale akustische-Schwerewelle.

Der über eine sich ändernde Gravitation eingeführte Turbulenzdruck hat im parallelen Wellenmodus Einfluss auf die Eigenfrequenzen des Oszillators. Der variable Adiabatenkoeffizient wird ebenfalls einen solchen Einfluss zeigen. Damit verändern beide auch die Transmissionseigenschaften der Atmosphäre, verglichen mit den üblichen Annahmen $\gamma = 5/3 = \textit{konst.}$ und $g = 274 \text{ m/s}^2 = \textit{konst.}$ (siehe Abschnitt 2.8.2).

Wie schon erwähnt, wurde dieses Gleichungssystem schon vielfach genutzt und auch untersucht. So haben Zhugzhda & Dzhililov (1982) analytische Lösungen in geschlossener Form von Meijer G-Funktionen für eine isotherme Atmosphäre gefunden. Cally (2001) hat sie alternativ mit hypergeometrischen ${}_2F_3$ -Funktionen ausgedrückt, die den physikalischen Inhalt etwas besser sichtbar werden lassen.

In den ersten Arbeiten wurden asymptotische Lösungen genutzt. Für die numerische Rechnung bieten sich allerdings Reihenentwicklungen mehr an. Reihenlösungen für eine polytrope Atmosphäre sind in Cally & Bogdan (1993) zu finden, für die isotherme Atmosphäre finden sich entsprechende Entwicklungen in Cally et al. (1994). Letztere sind der Vollständigkeit halber auch im Anhang A.4 untergebracht, da sie in dieser Arbeit für die isotherme Korona genutzt wurden.

2.3 Modellierung der Atmosphären

Das im vorigen Abschnitt 2.2 vorgestellte Gleichungssystem soll in einer möglichst realistischen Sonnenfleckatmosphäre gelöst werden. In dieser Arbeit werden drei semi-empirische Atmo-

sphärenmodelle benutzt: das Umbra Modell M von Maltby et al. (1986), ein weiteres von Lites & Skumanich (1982) und das von Staude (1981), Obridko & Staude (1988). Im Folgenden wird auf diese Modelle mit MALTBY, LITES und STAUDE verwiesen. An alle drei Atmosphären wurde ein Modell der mit Mischungswegtheorie berechneten oberen Konvektionszone von Staude (1976, 1978) angefügt. Der Einbau dieser Atmosphären in das Gleichungssystem wird hier beschrieben.

Alle Atmosphärenmodelle wurden mit dem Programm von Staude (1982) neu berechnet, um einerseits gleiche thermodynamische Annahmen zu gewährleisten und andererseits einen höhenabhängigen adiabatischen Koeffizienten γ zu erhalten, der in den anderen Veröffentlichungen nicht getrennt aufgeführt ist. Diese Höhenabhängigkeit des adiabatischen Koeffizienten ergibt sich aus der Änderung der Freiheitsgrade des Gases auf Grund der partiellen Ionisation. Nur für ein monoatomiges Gas (neutral oder vollständig ionisiert) hat γ den Wert $5/3$, für komplexe Atome kann γ bis auf einen Wert nahe 1 absinken, ansonsten liegt er zwischen beiden Werten (Aller 1963). Wegen dieser Höhenabhängigkeit wurde die Gleichung 2.3 angepasst.

Eine weitere Eigenschaft der semi-empirischen Atmosphären stimmt nicht mit der „standard“-hydrostatischen Atmosphäre ($dp_G/dz = -\rho g$, $g(z) = konst.$), wie sie im ursprünglichen Gleichungssystem von Ferraro & Plumpton (1958) angenommen wurde, überein: Der Turbulenzdruck (p_{turb}). Die Natur des Turbulenzdrucks ist meines Erachtens bis heute ungeklärt, er wurde nur eingeführt, um die Höhenabhängigkeit des beobachteten Drucks und der Dichte an die der auf Gravitation allein beruhenden hydrostatischen Atmosphäre anzupassen. In einer Spektrallinie macht er sich wie eine nicht-thermische zusätzliche Dopplerverbreiterung bemerkbar. Durch die Einführung des Turbulenzdrucks wird die Dichteskalenhöhe größer, als man sie bei der Gravitation der Sonne von $g = 274 \text{ m/s}^2$ erwartet. Ignoriert man diese Tatsache und setzt die semi-empirischen Atmosphärenmodelle direkt in Gln. (2.2,2.3) ein, so verletzt man die Energieerhaltung. Lösen kann man dieses Problem, wie schon von Mihalas & Toomre (1981) bemerkt, durch Einführung einer effektiven Gravitation. Dennoch scheint dies von späteren, vorne zitierten Arbeiten oft ignoriert worden zu sein. Es findet sich nur ein Hinweis in Zugzda et al. (1984). Auf dieses Problem wird im Folgenden mit der effektiven Gravitation reagiert:

$$\frac{dp_G}{dz} = \rho \left(g - \frac{1}{\rho} \frac{dp_{turb}}{dz} \right) = \rho g_{\text{eff}} \quad (2.4)$$

Die Gravitation in den Gleichungen (2.2,2.3) wird also durch eine effektive Gravitation ersetzt. Durch die Höhenabhängigkeit der Gravitation wurde noch ein weiterer Term mit der Ableitung der Gravitation hinzugefügt.

Um numerische Probleme zu vermeiden, wurde für eine möglichst glatte effektive Gravitation eine analytische Funktion gewählt. Die atmosphärischen Parameter, wie Gasdruck p_G und Dichte ρ , wurden nochmals neu berechnet, um ein selbstkonsistentes Modell zu erhalten (Gl. 2.5), das mit den Gleichungen funktioniert. Dabei wurden die Temperatur T und das mittlere Molekulargewicht μ aus den Modellen übernommen (R ist Gaskonstante).

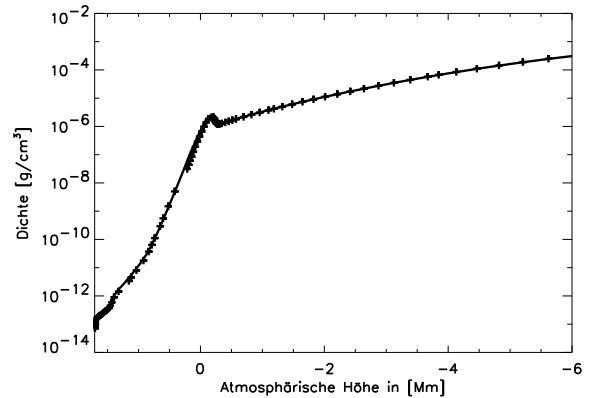
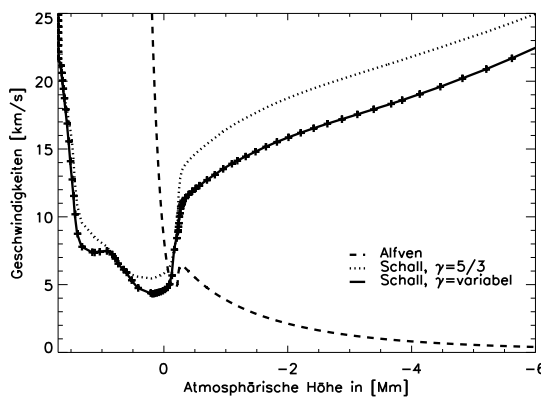
$$\frac{d\rho}{dz} = \left(\frac{g_{\text{eff}}}{R} - \frac{1}{\mu} \frac{dT}{dz} + T \frac{d(\mu^{-1})}{dz} \right) \frac{\mu}{T} \rho \quad (2.5)$$

Abb. 2.3 zeigt am Beispiel des Modells von STAUDE die atmosphärischen Parameter: Die Kreuze kennzeichnen die originale Atmosphäre und die durchgezogenen Linien die neu berechnete.

Ein weiterer Aspekt der semi-empirischen Atmosphären-Modelle ist eine Variation von γ , die ebenfalls von den meisten Autoren bisher ignoriert wurde. Der Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit ist in Abb. 2.3a gut zu sehen, sie wird in Teilen der Atmosphäre abgesenkt. Neben dem originalen Modell von STAUDE (Kreuze) sind auch das neu berechnete Modell mit variablem γ

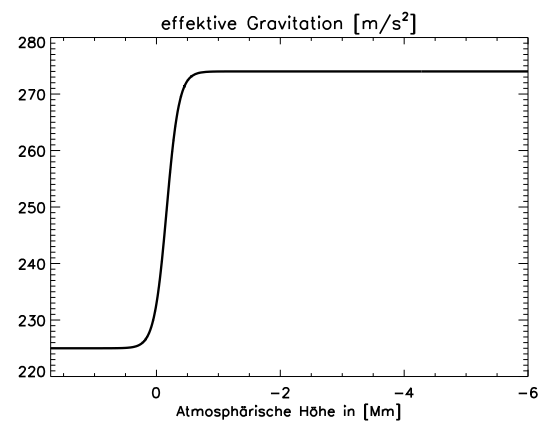
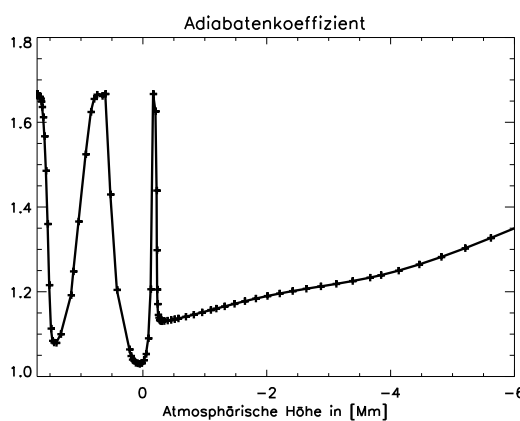
(durchgezogene Linie) und das meist angenommene Modell mit konstantem $\gamma = 5/3$ angegeben. Die Ergebnisse in Abschnitt 2.8.3 zeigen, dass ein signifikanter Einfluss auf die berechneten Frequenzen besteht.

Die Struktur der Übergangsregion wurde komplett vernachlässigt und durch einen Sprung in der Temperatur ersetzt. In der Übergangsregion steigt die Temperatur in einem räumlich sehr kleinen Bereich um fast 2 Mio. K, sodass dies numerisch nicht ohne weiteres zu überbrücken ist. In den Atmosphären-Modellen wurde jeweils versucht, so weit wie möglich in diese Region vorzudringen. Der Sprung, und damit der Startpunkt für die Rechnung, wurde dort festgelegt, wo die numerische Rechnung zum ersten Mal durchführbar wurde. Die Korona wurde als isotherm mit einer Temperatur von $2 \cdot 10^6$ K gesetzt.



(a) Geschwindigkeit in der STAUE Sonnenfleckatmosphäre. Die Kreuze gehören zum originalen Atmosphärenmodell von STAUE. Die durchgezogene Linie beschreibt die Schallgeschwindigkeit mit variablen γ , die gepunktete Linie die mit konstantem $\gamma = 5/3$ und die gestrichelte Linie die Alfvén-Geschwindigkeit.

(b) Dichte in einer Sonnenfleckatmosphäre. Die Kreuze zeigen die originale STAUE-Atmosphäre, während die durchgezogene Linie die Dichte zeigt, die mit einer effektiven Gravitation an Stelle des Turbulenzdruckes berechnet wurde.



(c) Adiabatkoeffizient des STAUE-Atmosphärenmodells.

(d) Die angenommene effektive Gravitation, um den Dichtegradienten der STAUE-Atmosphäre zu erhalten.

Abb. 2.3: Atmosphärische Parameter der Sonnenfleckatmosphäre von STAUE.

2.4 Numerische Lösung - Teil I

Die Berechnungen beginnen in der isothermen Korona. Wie erwähnt, gibt es analytische Lösungen für diesen Fall: Zhugzhda & Dzhalilov (1984) fanden Lösungen in geschlossener Form mit Meijer-G-Funktionen. In einer neueren Betrachtung fand Cally (2001), dass sie alternativ auch in hypergeometrischen Funktionen ${}_2F_3$ dargestellt werden können, was die Interpretation erleichtert. Dazu wurde in beiden Fällen das gekoppelte Gleichungssystem 2. Ordnung (2.2,2.3) in eine Gleichung 4. Ordnung umgewandelt. Für die hiesigen Zwecke der Numerik ist eine Reihenentwicklung, wie sie in Cally et al. (1994) (und im Anhang A.4) zu finden ist, einfacher zu nutzen.

Ein gekoppeltes Gleichungssystem 4. Ordnung hat 4 Lösungen. In der Korona gibt es eine ein- und eine auslaufende Welle (*slow-mode*), eine evaneszente und eine exponentiell ansteigende Welle (*fast-mode*). Es wurden hier die physikalische Lösungen für den *fast-mode*, also die evaneszente Welle, und den auslaufenden *slow-mode* als Randbedingung angenommen. Es dringen keine Wellen von oben, der Korona, in die Sonnenatmosphäre ein. Weitere Parameter sind die Stärke des Magnetfeldes, die Gravitation und die horizontale Wellenzahl, letztere enthält die horizontale Ausdehnung des Flecks. Zwei freie Parameter (A, ϕ) beschreiben das Verhältnis der Amplitude und der Phase zwischen den beiden ausgewählten Lösungen in der Korona. Wegen der hydrostatischen Schichtung muss der Druck beim Übergang von der Korona zur Chromosphäre konstant bleiben: Mit Hilfe des Drucks, der Dichte und der Temperatur vom semi-empirischen Atmosphären-Modell in der Chromosphäre und der vorgegebenen Temperatur der isothermen Korona wird die Gasdichte der Korona berechnet.

Danach wird das Gleichungssystem (2.2,2.3) numerisch integriert. Dazu muss das gekoppelte Gleichungssystem 2. Ordnung in 4 gekoppelte Systeme 1. Ordnung umgeschrieben werden und in Real- und Imaginärteil getrennt werden. Es wurden 4 Differentialgleichungslöser für gewöhnliche Differentialgleichungen³ getestet, die ihre Schrittweite anpassen: Bulirsch-Stoer, Crash-Karp Runge-Kutta, Rosenbrock-Methode, und eine Bulirsch-Stoer ähnliche Methode von Bader-Deuffhard (siehe Press et al. 1992). Die letzteren beiden sind für sogenannte „steife“ (engl. stiff) Gleichungen. Nur die letzteren beiden können das Differentialgleichungssystem überhaupt sinnvoll lösen. Schließlich wurde die schnellere Methode von Bader-Deuffhard genutzt. Die atmosphärischen Parameter wurden linear interpoliert, nachdem sich die normale Spline-Interpolation durch immer wieder vorkommende Überschwinger als unbrauchbar erwiesen hatte (siehe auch Press et al. 1992). Die spätere Zunahme der Ableitung des variablen Adiabatenkoeffizienten γ erforderte jedoch die komplexere Methode einer ausgleichenden kubischen Spline-Interpolation mit glatten Ableitungen (Späth 1973). Diese Methode verzichtet auf das genaue Treffen eines vorgegebenen Datenpunktes, um insgesamt eine glatte Kurve ohne Überschwinger zu erhalten.

Eine Rechnung für die erste Resonanz in der Atmosphäre von STAUDE (Abb. 2.4) zeigt ziemlich deutlich die „Steifheit“ des Systems. Während die parallele Auslenkung sehr langsam variiert und schnell auf kleine Werte abfällt, kommt in tiefen Schichten in der horizontalen Auslenkung die Alfvén-Welle zu tragen, die zu sehr vielen immer kurzweiliger werdenden Schwingungen führt. Es sind auch Anteile der akustischen Welle in der horizontalen Auslenkung zu sehen.

2.5 Berechnung der Transmissionskoeffizienten

Ist die numerische Rechnung in der oberen Konvektionszone angekommen, müssen die Flüsse des *slow-modes* und des *fast-modes* bestimmt werden. Dazu werden jeweils die Amplituden der

³engl. ordinary differential equations, ODE.

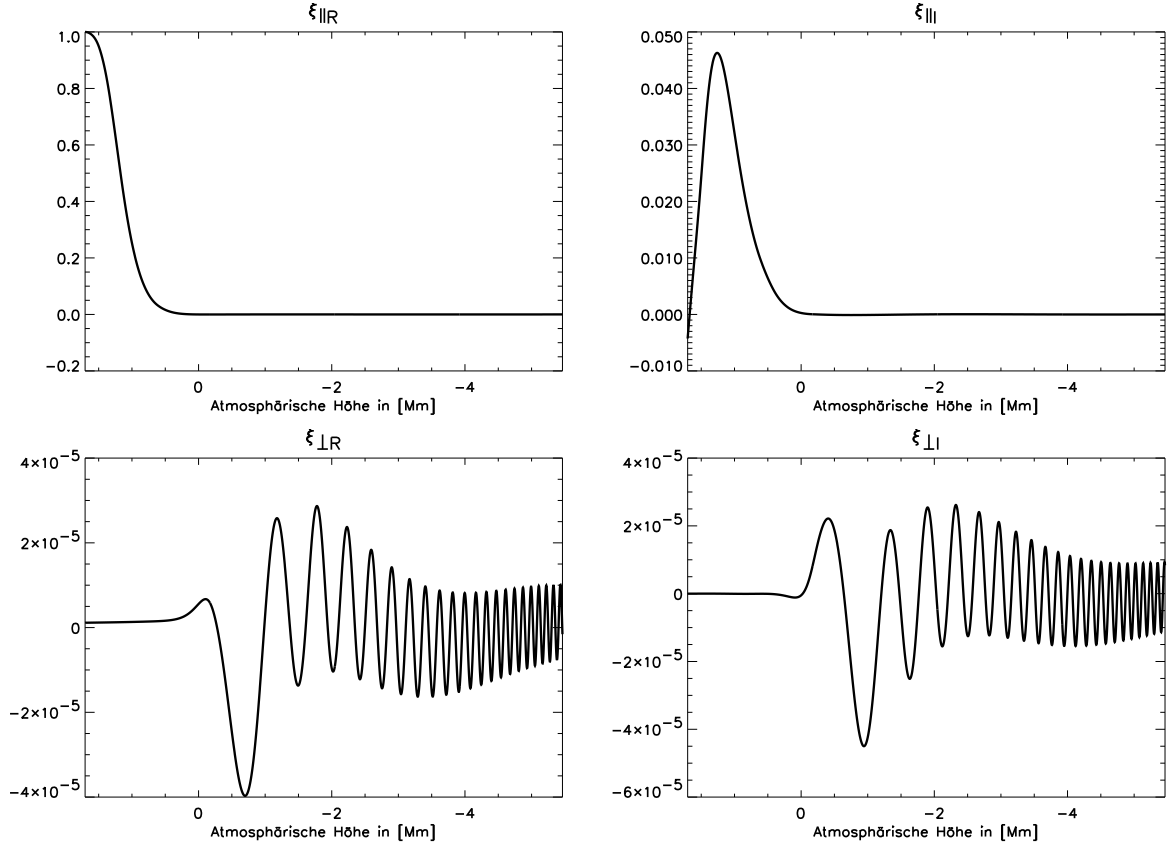


Abb. 2.4: Die Wellenfunktionen. 1. Resonanz in der Atmosphäre von STAUDE, 214.7s. Man sieht deutlich die „Steifheit“ des Systems.

auf- und abwärts laufenden Wellen getrennt. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Fluss hier konstant sein muss:

$$F_i = \rho C_i \omega^2 \xi_i^2, \quad (2.6)$$

wobei i für den parallelen (\parallel) und horizontalen (\perp) Anteil des Flusses steht, C_i für die jeweilige Phasengeschwindigkeit und ξ_i für die Auslenkung.

In dieser Region sind die Wellen fast vollständig entkoppelt, und es werden an die vertikale und die horizontale Komponente jeweils die Lösungen von vollständig entkoppelter AG-Wellen und Alfvén-Wellen angepasst (dengl. gefittet). Auf der linken Seite der folgenden Gleichungen (2.7,2.8) werden die numerischen Werte genutzt, und die rechte Seite wird angepasst. Die atmosphärischen Parameter werden zuvor auf die linke Seite der Gleichungen geschoben.

$$\xi_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{\rho C_A}} \left[(A_R + iA_I) e^{-ik_{z\perp} z} + (B_R + iB_I) e^{ik_{z\perp} z} \right] + \text{Offset}, \quad (2.7)$$

$$\xi_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{\rho C_S}} \left[(A_R + iA_I) e^{-ik_{z\parallel} z} + (B_R + iB_I) e^{ik_{z\parallel} z} \right], \quad (2.8)$$

wobei $A_i = \sqrt{A_R^2 + A_I^2}$ für die Amplitude der abwärtslaufenden und $B_i = \sqrt{B_R^2 + B_I^2}$ für die Amplitude der von der Subphotosphäre zur Korona aufwärtslaufenden Welle steht. C_S , C_A , und ρ sind die Schall-, Alfvén-Geschwindigkeit und die lokale Dichte, jeweils höhenabhängig von z . Die Wellenzahl der transversalen Welle $k_{z\perp}$ ist durch $k_{z\perp} = \omega/C_A$ gegeben. Die Wellenzahl für

die longitudinale Welle wird dagegen durch die Dispersionsrelation der AG-Welle abgeschätzt unter der Annahme, dass der Einfluss des Magnetfeldes vernachlässigbar ist:

$$k_{z\parallel}^2 = (\omega^2(\omega^2 - (\frac{\gamma g}{2C_S})^2) - (\omega^2 - \frac{(\gamma - 1)g^2}{C_S^2})k_{\perp}^2 C_S^2) / (\omega^2 C_S^2) \quad (2.9)$$

Der *Offset* in Gleichung (2.7) wird über den kurzen Bereich des Anpassens der Alfvén-Welle als konstant angenommen und gehört ursprünglich zur gekoppelten AG-Welle mit viel längerer Wellenlänge. Im parallelen Anteil ist dieser Offset zu klein und wurde null gesetzt. Diese Methode ist aber nur gültig, wenn die beiden Wellenanteile weitgehend entkoppelt und auch vertikal verlaufen, d.h. $k_{z\parallel} > k_{\perp}$. Das begrenzt die Methode auf große Sonnenflecken.

Real- und Imaginärteil werden getrennt angepasst, wobei jeweils die Änderung der Wellenzahl mit der Tiefe z berücksichtigt wird. Dies war notwendig, da die übrig gebliebene Restkoppelung beider Wellen das Anpassen in einem Punkt unmöglich macht. Es wurde also im Falle der Alfvén-Welle über mehrere Wellenlängen angepasst. Danach kann der Fluss in der oberen Konvektionszone aus

$$F_i = \omega^2(B_i^2 - A_i^2) \quad (2.10)$$

bestimmt werden (i wie oben). Schließlich werden die Transmissionskoeffizienten berechnet. Im Fall der gekoppelten Gleichungen kann man nicht einfach von Transmission (T) und Reflektion (R) sprechen, weil ein Teil der Welle in den anderen Wellenmode transformiert (C) wird.

Im Spezialfall wenn es keinen aufwärtslaufenden *slow-mode* gibt ($B_{\perp} = 0$), ist es möglich die Koeffizienten in folgender Weise zu definieren:

$$R = \frac{A_{\parallel}^2}{B_{\parallel}^2}, \quad C = \frac{A_{\perp}^2}{B_{\parallel}^2}, \quad T = 1 - R - C. \quad (2.11)$$

In diesem hier untersuchten Bild werden die Oszillationen von dem aus der Konvektionszone kommenden *fast-mode* (im Prinzip p -Moden, die durch das Magnetfeld leicht modifiziert sind) angeregt und zum Teil, im Bereich gleicher Wellenlängen ($C_A = C_S$), in *slow-mode* transformiert, der wiederum in die Konvektionszone hinunterläuft.

Der letzte Satz zeigt deutlich, wie die Konvention der Namensgebung die Verständlichkeit behindern. Eine Veranschaulichung findet sich in Abb. 2.5.

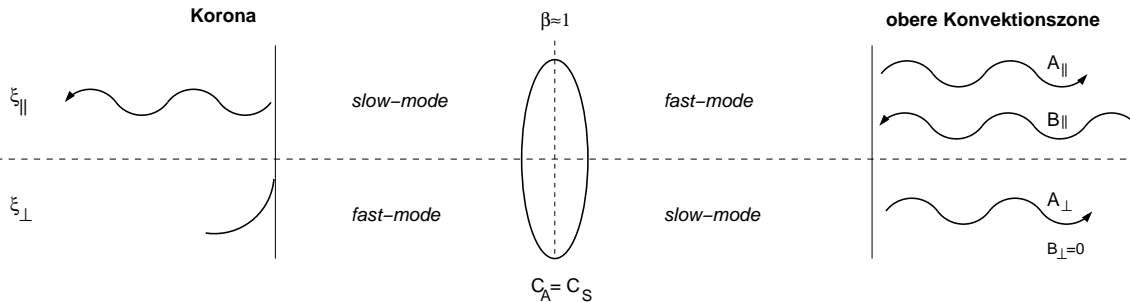


Abb. 2.5: Randbedingungen. In der Korona wird nur der herauslaufende *slow-mode* und der evaneszente *fast-mode* zugelassen. An den Amplituden und Phasen dieser beiden Wellen wird solange gedreht, bis es unten keinen aufwärtslaufenden *slow-mode* mehr gibt ($B_{\perp} = 0$). Danach werden unten die Amplituden bestimmt. Die einzige einlaufende Welle, und damit der Energielieferant, ist der aufwärtslaufende *fast-mode* (B_{\parallel}).

2.6 Numerische Lösung - Teil II

Das Anpassen der rechten Seite der Gleichungen (2.7,2.8) an die numerisch berechneten Wellen wurde in der oberen Konvektionszone mit einer SVD-Fit-Methode (siehe Press et al. 1992) unternommen, wobei die festen Größen der rechten Seite der Gleichungen (C_S , C_A , ρ) nach links übertragen wurden. Abb. 2.7 zeigt ein Beispiel eines solchen Vorgangs. Man erkennt, dass dies trotz der groben Annahme der vollständigen Entkopplung ganz gut klappt.

Um sicherzustellen, dass keine aufwärtslaufende *slow-mode*-Welle vorhanden ist, wurden die Anfangsparameter (A , ϕ) solange geändert, bis der Kehrwert des Reflektionskoeffizienten der horizontalen Auslenkung B_{\perp}/A_{\perp} ein Minimum erreicht hat. Die Suche nach dem Minimum wurde mit Powell's Methode durchgeführt (siehe Press et al. 1992). Die gefundenen Werte (A , ϕ) für ein Minimum wurden für die nächste nebenliegende Frequenz als Eingangswert genutzt, um die Suche zu verkürzen. Nur für die ersten (A , ϕ)-Werte wurde ein größerer Bereich abgesehen (Abb. 2.6), um einen geeigneten Startwert zu finden. Ein Struktogramm des Programms ist im Anhang A.1 zu finden.

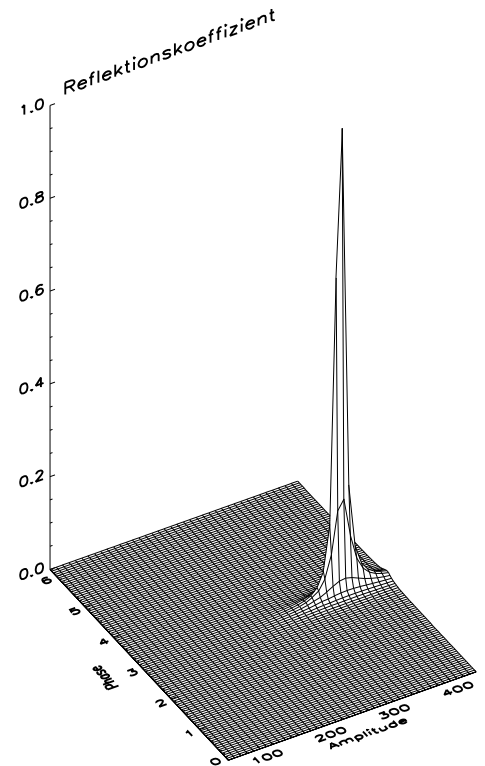


Abb. 2.6: Beispiel einer Suche nach der ersten vollständigen Reflexion bei fester Frequenz ω .

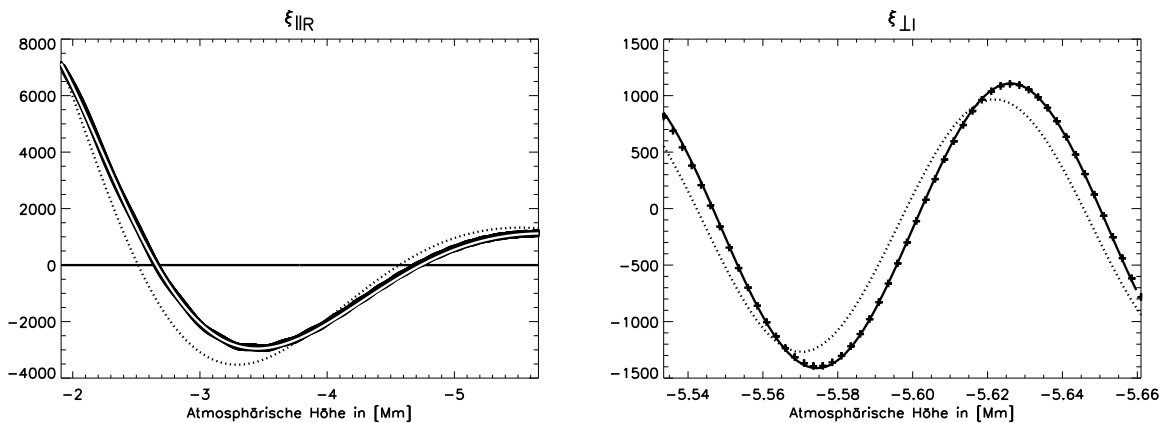


Abb. 2.7: Beispiele zweier Anpassungen in der oberen Konvektionszone (1. Resonanz). Die Kreuze geben die numerischen Lösungen wieder, die gepunkteten die daraus ermittelten ersten Annäherungen, die als Eingabe in die SVD-Fit Routine gehen und die durchgezogene Linie das Ergebnis der Anpassung.

2.7 Überprüfen der Rechnungen

Die Plausibilität der Rechnungen wurde mit der Flusserhaltung kontrolliert: Der oben aus der Korona herauslaufende Fluss muss gleich dem Fluss sein, der in der oberen Konvektionszone hineinfließt minus dem, der von der Atmosphäre reflektiert bzw. umgewandelt wird und unten hinausfließt. Im Idealfall muss der Nettofluss oben und unten gleich sein und der Fehler wird zu null. Die Abschätzung verläuft also wie folgt:

$$Fehler = (Fluss_{oben} - Fluss_{unten}) / Fluss_{oben} \quad (2.12)$$

Der Fehler gibt im Grunde an, wie gut die einfachen Näherungen Gln. (2.7-2.8) sind. Wird er sehr groß, so sind diese Näherungen nicht mehr gültig und die Aussagekraft der Transmissionskoeffizienten wird abgeschwächt.

2.8 Ergebnisse für den Spezialfall: $k_{\perp} = 0$

Zunächst wird eine reine longitudinale Welle betrachtet. Wenn $k_{\perp} = 0$ gesetzt wird, so gibt es keine Kopplung. Die horizontale Auslenkung ist durch die gesamte Atmosphäre null, der Umwandlungskoeffizient C (2.11) ist ebenfalls null. Dieser Fall wurde schon von [Zhugzhda et al. \(1983\)](#), [Zugzda et al. \(1984, 1987\)](#) behandelt, wobei anders vorgegangen wurde: Die Atmosphäre wurde in mehrere Bereiche mit konstanten Temperaturgradient eingeteilt. Die analytischen Lösungen für diesen Fall wurden von ihnen an den Übergängen zwischen zwei solchen Bereichen jeweils angepasst, und in jedem Bereich wurde der Transmissions- und der Reflektionskoeffizient bestimmt.

2.8.1 Isotherme Atmosphäre

Der erste Test ist eine isotherme Atmosphäre mit der konstanten Temperatur von 11000 K und ohne einen Sprung von einer „Korona“ zu einer „Chromosphäre“. Der berechnete Fluss oben stimmt in diesem Fall mit dem Fluss unten auf 9 Stellen überein. Somit funktionieren sowohl die Fit-Routine als auch die Aufteilung in aufwärts und abwärts gerichteten Fluss in der oberen Konvektionszone.

2.8.2 Sonnenfleckatmosphäre

Die Transmission für die Sonnenfleckatmosphäre wurde unter drei verschiedenen Annahmen für die zugrundeliegende Atmosphäre berechnet (Abb. 2.8): (a) variables γ und unter Berücksichtigung des Turbulenzdrucks durch eine effektive Gravitation; (b) konstantes $\gamma = 5/3$ und effektive Gravitation; und (c) konstantes γ und konstante Gravitation $g = 274 \text{ m/s}^2$. Im Fall von (a) und (b) ist der in Gl. (2.12) definierte Fehler kleiner als 1.5%, in den meisten Fällen <0.5%, während sich bei (c) die Flüsse oben und unten um einen Faktor 16 unterscheiden. Das liegt in diesem Fall nicht an der Ungültigkeit der Näherung (Gln. 2.7-2.8), sondern daran, dass das Gleichungssystem (2.2)-(2.3) nicht für den Fall von semi-empirischen Atmosphären mit Turbulenzdruck und konstanter Gravitation gilt. Die Transmissionskoeffizienten für diesen ungültigen Fall wurden dennoch gezeigt, um darauf hinzuweisen, dass man anscheinend brauchbare Ergebnisse bekommt. Aus den Arbeiten der meisten Autoren geht nicht hervor, ob sie eine effektive Gravitation eingeführt haben, als sie semi-empirischen Modelle nutzten, in denen der Turbulenzdruck in die hydrostatische Schichtung der Atmosphäre eingeht.

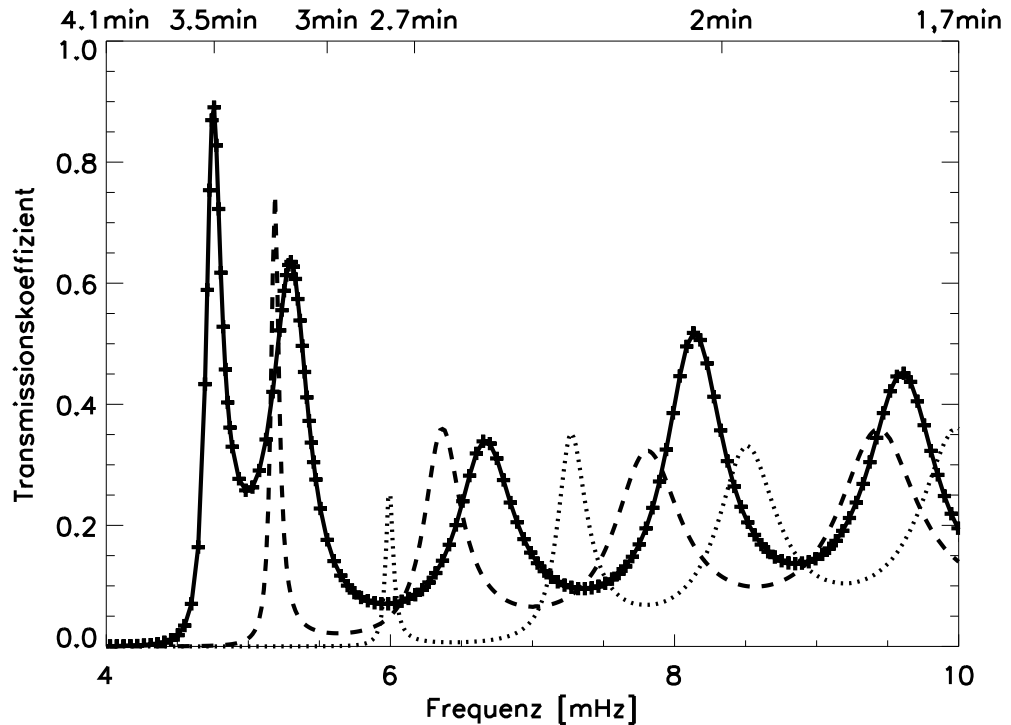


Abb. 2.8: Transmissionskoeffizienten für die Sonnenflekatmosphäre von STAUDE mit $k_{\perp} = 0$ und unter verschiedenen Annahmen: (a) durchgezogene Linie: variables γ und Berücksichtigung des Turbulenzdruckes; (b) gestrichelt: $\gamma = 5/3$, Turbulenzdruck; (c) punktiert: $\gamma = 5/3$, Turbulenzdruck ignoriert.

Der Transmissionskoeffizient beschreibt die Eigenschaften einer Atmosphäre als Resonanzfilter. Aufgetragen über der Frequenz ist er direkt proportional zu einem Powerspektrum, das man für einen einlaufenden „weißen“ Wellenfluss (konstanter Fluss über alle Frequenzen) bzw. weißes Rauschen in der Übergangsregion/Korona erhält. Wenn dieser direkt mit der Beobachtung verglichen werden soll, muss er noch mit der wahren Frequenzverteilung in der tiefen Photosphäre multipliziert werden: Beobachtungen (siehe z.B. Abdelatif et al. 1986) zeigen, dass der Wellenfluss zu höheren Frequenzen hin abnimmt, so dass diese unterdrückt sind. Dies könnte eine Erklärung sein, warum man nicht ein zu hohen Frequenzen ausgedehntes Spektrum von Resonanzen sieht, obwohl die Rechnungen mit weißem Rauschen es erwarten ließen.

Es ist möglich, einen Transmissionskoeffizienten ähnlich dem in Abb. 2.8 in jeder beliebigen Atmosphäre mit einem Temperaturminimum zu erlangen (siehe auch Gurman & Leibacher 1984). Aber man braucht ein Magnetfeld, um die geschichtete Atmosphäre stabil zu halten, d.h. sie muss für einige Perioden stabil sein, um ein sauberes Powerspektrum zu bekommen. Es wäre unmöglich 3 min-Oszillationen zu beobachten, wenn die Atmosphäre sich in viel kürzeren Zeitskalen räumlich ändern würde, da erst die Interferenz der einlaufenden mit der reflektierten Welle den Resonator zustande kommen lässt.

Abb. 2.9 zeigt die auf gleichen aufwärts gerichteten Fluss normalisierte Energiedichte ($E = \frac{1}{2}\rho v^2$). Die dicken Linien kennzeichnen die ersten drei Resonanzen für den Fall (a) aus Abb. 2.8. Die dünnen Linien gehören zu Frequenzen zwischen diesen Resonanzen: Man erkennt, dass diese unterdrückt sind. Alle Resonanzen haben einen gemeinsamen Knoten bei ungefähr 0.0 Mm; jede höhere Resonanz (man kann sie auch Oberschwingungen nennen) weist jeweils einen weiteren Knoten im „Atmosphärenresonator“ auf. Es muss darauf hingewiesen werden, dass der gemeinsame Knoten in den Berechnungen nicht vorgegeben ist, sondern ein Ergebnis der Rechnungen.

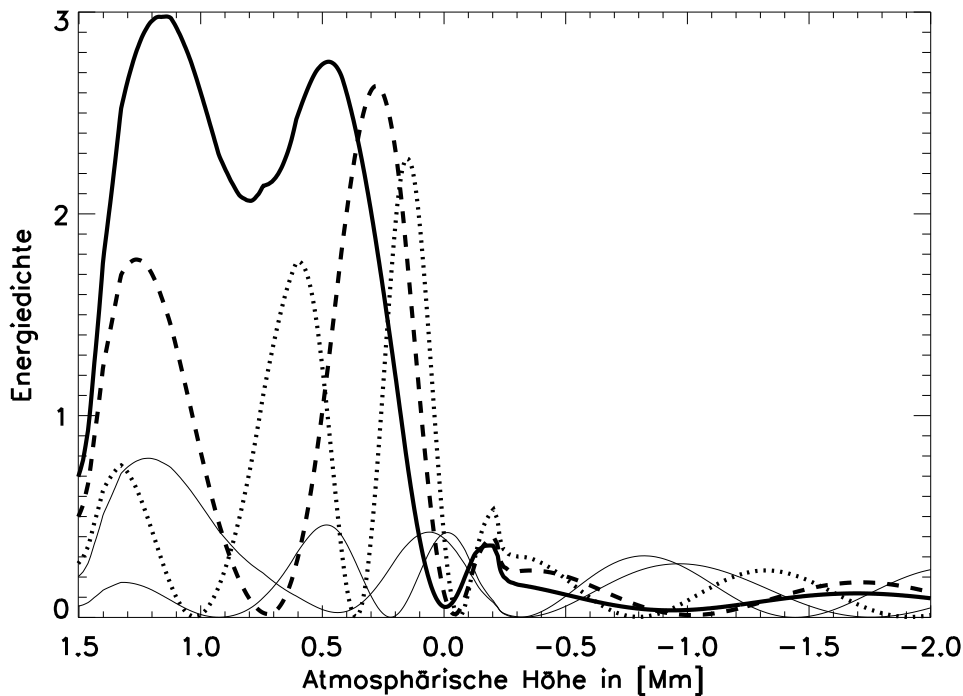


Abb. 2.9: Energiedichte (willkürliche Einheiten) für die ersten drei Resonanzfrequenzen (dicke Linien) aus Abb. 2.8 und die dazwischen liegenden Minima in der Transmission (dünne Linien). Alle Werte sind normalisiert auf konstanten, nach oben weisenden Fluss in der oberen Konvektionszone. Dicke Linien, durchgezogen: erste Resonanz; gestrichelt: zweite Resonanz; gepunktet: dritte Resonanz.

Die Bestimmung des Transmissionskoeffizienten wurde in einer Tiefe von 3-8 Mm durchgeführt⁴, also mindestens 3 Mm unter der Photosphäre. Während die Energiedichten in der Photosphäre sehr hoch sind, sind am gleichen Ort die Geschwindigkeitsamplituden (siehe Abb. 2.4, $\xi \sim v$) sehr klein. Umgekehrt ist es in der Chromosphäre, dort sind die Geschwindigkeitsamplituden eher groß, jedoch ist die Energiedichte geringer. Das liegt an dem starken Dichtegradienten zwischen Photosphäre und Chromosphäre. Dennoch mag es möglich sein, die einzelnen Moden zu beobachten und auch zu unterscheiden, da für die erste Resonanz die Photosphäre und Chromosphäre nahezu in Phase schwingen, wohingegen sie für die zweite Resonanz in Gegenphase schwingen (siehe dazu Abschnitt 3.1).

Man kann ebenfalls in Abb. 2.9 sehen, dass die Energiedichte im Bereich des Resonators verstärkt ist, wohingegen sie außerhalb in der Subphotosphäre viel kleiner ausfällt. Das gilt natürlich nicht für die nicht-resonanten Moden (dünne Linien), die im Resonator kaum stärker werden.

Alle diese Ergebnisse ähneln sehr denen, die Zhugzhda et al. (1983), Zugzda et al. (1984, 1987) mit einer anderen Methode vorgestellt haben: z.B. sind die zwei nahe beieinander liegenden Resonanzen in Abb. 2.8, die nur bei variablen γ erscheinen, auch schon in diesen früheren Rechnungen zu erkennen. Es wurde jedoch kein Vergleich mit konstantem γ durchgeführt, auch fehlt bisher eine Begründung für diese Erscheinung. Darauf wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

⁴Der große Bereich kommt daher, dass neben der sich automatisch anpassenden Schrittweite des DGL-Lösers auch noch eine maximale Anzahl von Schritten vorgegeben wurde, um die Rechenzeit nicht zu überstrapazieren.

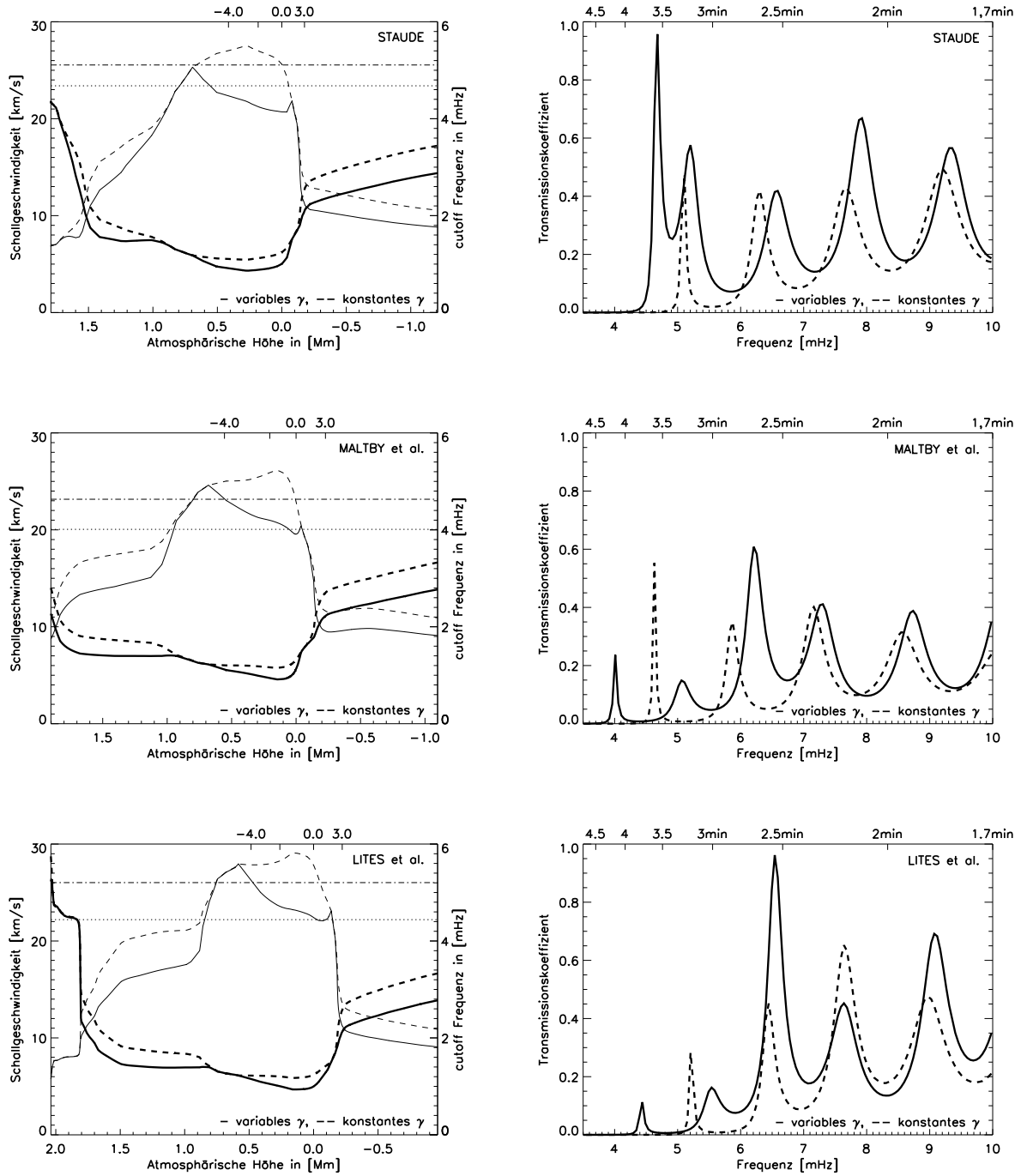


Abb. 2.10: Atmosphärenmodelle und ihre Transmissionskoeffizienten. Die obere Skala der Atmosphärenmodelle gibt die optische Tiefe für $\lg \tau_{500}$. Durchgezogene/gepunktete Linien geben Werte für variables γ und gestrichelte/Punkt-Strich Linien für konstantes γ wieder. Die dicken Linien gehören zur linken Skala und repräsentieren die Schallgeschwindigkeit. Die dünnen Linien geben die für jeden Tiefenpunkt lokale isotherme cutoff Frequenz an, deren Skala an der rechten Achse steht. Die zwei horizontalen Linien geben die Frequenz der ersten Resonanz im Transmissionskoeffizienten wieder. Die atmosphärischen Parameter sind gegen die Höhe z aufgetragen, der Nullpunkt ist die Sonnenoberfläche, negative z -Werte gehen ins Sonneninnere.

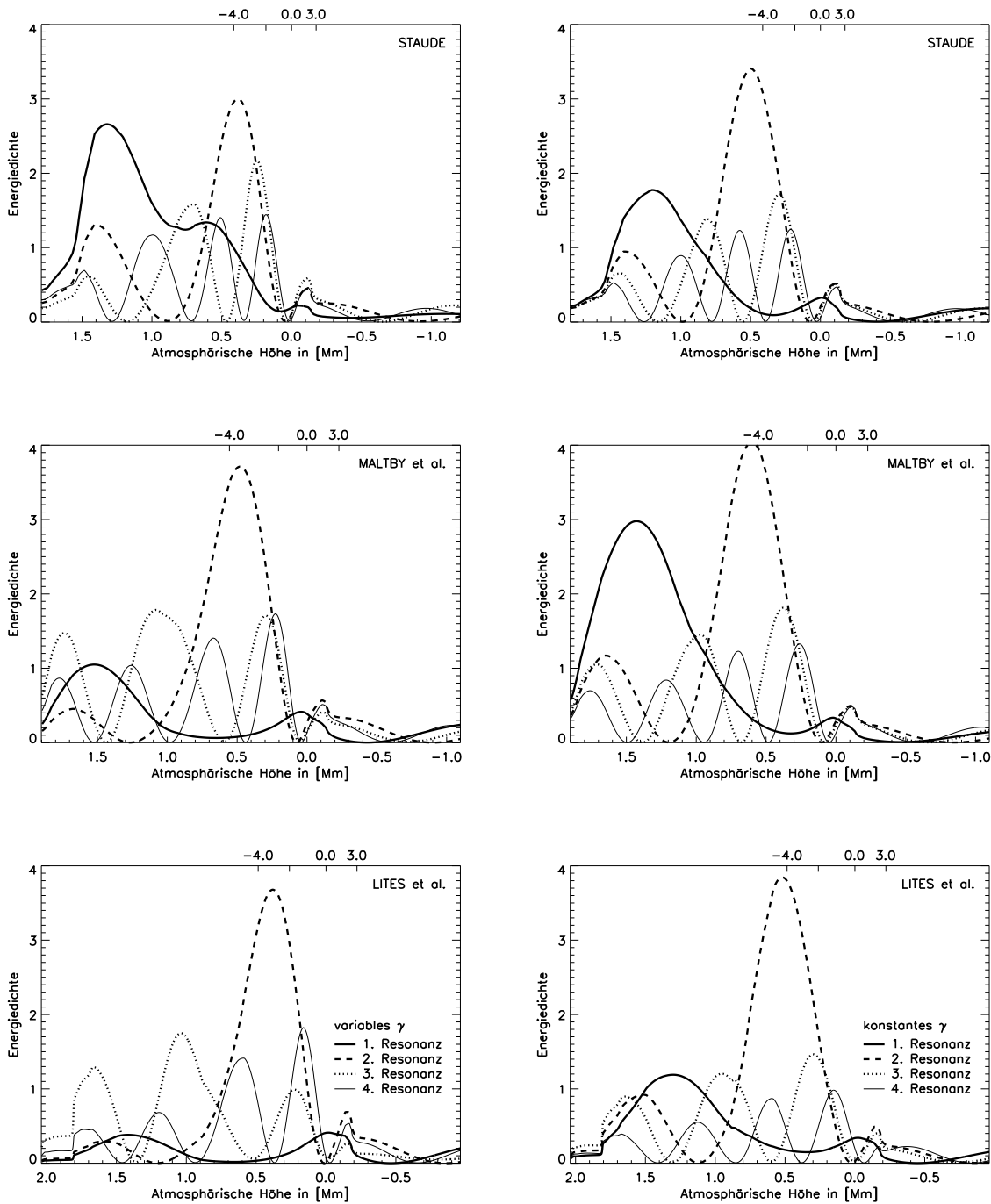


Abb. 2.11: Energiedichte (willkürliche Einheiten) der Atmosphärenmodelle mit variablen γ (links) und konstanten γ (rechts). Die obere Skala gibt die optische Tiefe für $\lg \tau_{500}$ an. Für alle wurde der gleiche aufwärtsgerichtete Fluss in der oberen Konvektionszone angenommen. Die Resonanzen aus Abb. 2.10 werden von links beginnend gezählt und gehören zu folgenden Energiedichten: erste Resonanz – durchgezogene Linie, zweite Resonanz – gestrichelt, dritte Resonanz – gepunktet, vierte Resonanz – dünne durchgezogene Linie.

2.8.3 Der Einfluss des Atmosphärenmodells

Wie schon erwähnt, wurden verschiedene Atmosphärenmodelle untersucht (siehe Abb. 2.10). Alle Atmosphären, die mindestens zwei Wellen-reflektierende Temperaturstufen haben, werden einen Resonator aufbauen. Die ausgezeichneten Frequenzen verstärkter Transmission kann man den Resonanzen zwischen diesen zwei Stufen zuordnen. Wenn die reflektierten Wellen beider Temperatursprünge eine Phasenverschiebung von 180 Grad aufweisen, werden sie sich gegenseitig aufheben und die Transmission wird ansteigen. Dies ist vergleichbar mit einem optischen Interferenzfilter. Der chromosphärische Filter unterscheidet sich jedoch von einem (idealen) optischen Filter, da sich sein „Brechungsindex“ im Inneren kontinuierlich ändert und die „Spiegel“ sehr ausgedehnt sind. Weiterhin besteht wegen der sogenannten *cut-off*-Frequenz (oder Abschneidefrequenz) eine starke Frequenzabhängigkeit der Reflektion in der Nähe des Temperaturminimums. Dies macht die Abhängigkeit der Transmission von den atmosphärischen Parametern sehr kompliziert und beeinflusst auch die Qualität des Resonators: Es gibt kaum einen Filter mit 100% Transmission, und ebenso sind die meisten Resonanzen sehr stark verbreitert. Als die zwei großen Reflektionszonen in der Atmosphäre werden meist der Übergang von der Korona zur Chromosphäre und das Temperaturminimum angegeben (siehe Thomas & Weiss 1992b). Dies stimmt wohl eher nicht, denn das Temperaturminimum ist in den meisten Atmosphärenmodellen eher eine ausgedehnte Zone als ein ganz präziser Punkt. In Abb. 2.11 zeigt sich deutlich, dass der Punkt des gemeinsamen Minimums aller Energiedichten der Resonanzen und damit der Reflektion am erneuten Temperaturanstieg in der unteren Photosphäre liegt.

Die erste Resonanz: Eine Resonanz der oberen Chromosphäre

In keinem der Transmissionsspektren (Abb. 2.10) ist die 5 min-Oszillation zu sehen, die Transmission in diesem Frequenzbereich ist null. Der Bereich der Atmosphäre, in der die 5 min-Schwingung evaneszent ist, ist zu lang; von dieser Welle kommt nichts durch diesen Bereich, durch den sie gewissermaßen tunneln muss, durch (für den Sonnenfleckfilter-Ansatz muss eine Welle der Subphotosphäre die Korona erreichen).

Wellen, die zur ersten Resonanz führen, müssen einen Teil ihres Weges tunneln. Das kann man leicht aus den *cut-off*-Frequenz-Diagrammen (Abb. 2.10 links) sehen. Die horizontale Linie, darstellend die Frequenz der ersten Resonanz, kreuzt die *cut-off*-Frequenz. Wenn man die Energiedichte (Abb. 2.11) anschaut, sieht man ebenfalls, dass sich die erste Resonanz elementar von den höheren Resonanzen unterscheidet. Sie hat ihre größte Amplitude in der oberen Chromosphäre und trifft sich auch nicht mit den anderen Resonanzen in einem gemeinsamen Minimum etwas unterhalb dem Temperaturminimum in der Photosphäre. Die erste Resonanz kann einem Resonator in der oberen Chromosphäre zugeordnet werden, der sich zwischen der Übergangsregion und dem Anstieg der *cut-off*-Frequenz in der Mitte der Chromosphäre befindet.

Der Adiabatenkoeffizient γ hat einen großen Einfluss auf die Form der Energiedichte der ersten Resonanz. Dies ist am besten in STAUDE's Atmosphäre zu erkennen. In diesem Fall ist das Gebiet, durch das die Welle tunneln muss, für variables γ sehr klein und befindet sich in der unteren Chromosphäre. In den anderen Atmosphären und auch für konstantes γ ist der Tunnelweg über die gesamte untere Chromosphäre bis hin zur Photosphäre ausgedehnt. Der Effekt der nahe beieinander liegenden Resonanzen tritt nur in STAUDE's Atmosphäre auf. Das kommt daher, dass hier der reflektierende Anstieg der *cut-off* Frequenz ganz nahe bei dem Knoten der zweiten Resonanz liegt. Darum liegen beide Resonanzfrequenzen so dicht beieinander. Das kann allerdings nur mit den ersten beiden Resonanzen passieren. Im Grunde sieht man hier Anzeichen einer Kopplung des Resonators der oberen Chromosphäre mit dem Resonator, der die gesamte Atmosphäre nutzt, da die Energiedichte in der unteren Chromosphäre wieder ansteigt.

Die Existenz dieses Resonators in der oberen Chromosphäre kann die nahe beieinander liegenden Resonanzen erklären, die einerseits in der Beobachtung vorkommen und andererseits in Berechnungen mit STAUDE's Atmosphäre. Der Grund ist einfach eine komplexere Atmosphäre (wie z.B. ein variabler Adiabatenkoeffizient), als gemeinhin angenommen wurde. Ein anderer Grund für die beobachteten Vielfach-Resonanzen kann aber auch einfach ein während der Messung erfolgreiches räumliches Mitteln über mehr als einen Flussschlauch mit verschiedenen Atmosphären sein. Weiterhin könnte es noch ein einfacher statistischer Effekt⁵ sein, der bei kurzen Zeitserien auftritt.

Die cut-off-Frequenz zeigt zwei Spitzen im Fall eines variablen γ . Prinzipiell könnte hier ein weiterer Resonator auftreten, wenn diese in der Realität stärker ausgeprägt sind als in den betrachteten Modellen und zwei reflektierende Begrenzungen darstellen.

Für alle Atmosphären wird die erste Resonanz zu niedrigeren Frequenzen verschoben, wenn man den variablen Adiabatenkoeffizienten in die Rechnung einbezieht. Das liegt daran, dass die cut-off Frequenz dadurch über einen weiten Teil der Atmosphäre abgesenkt wird, wobei die Ausdehnung der Atmosphäre gleich bleibt. Es können also auch Wellen niedriger Frequenz noch in die Korona gelangen. Natürlich „fühlen“ auch Wellen höherer Frequenzen diese Barriere und verschieben sich entsprechend. Es ist nicht so, dass die dritte Resonanz bei konstantem γ gleich der vierten Resonanz bei variablem γ ist, wie man aus den Transmissionskoeffizienten irrtümlich annehmen könnte. Das zeigt schon ein kurzer Blick auf die Energiedichten in Abb. 2.11. Dies geht ganz analog zur Transmission an einem Potential in der Quantenmechanik.

Die erste Resonanz im 3 min-Band ist also sehr sensitiv für atmosphärische Parameter und speziell die obere Chromosphäre.

Oberschwingungen: Resonanzen der gesamten Chromosphäre

Wellen höherer Resonanzen müssen in keinem Bereich der Atmosphäre tunneln. Sie haben alle einen gemeinsamen Knoten etwas unterhalb des Temperaturminimums. Jede weitere Oberschwingung hat einen zusätzlichen Knoten zwischen der Übergangsregion und diesem gemeinsamen Knoten. D.h. alle sind ein Ergebnis der resonanten Transmission im chromosphärischen Interferenzfilter für *slow-mode*-MHD-Wellen. Der variable Adiabatenkoeffizient γ verschiebt alle Resonanzen hin zu niedrigeren Frequenzen im Vergleich zum konstanten $\gamma = 5/3$. Ebenso werden die Knoten innerhalb der Atmosphäre verschoben. Der gemeinsame Knoten selbst bleibt davon unbeeinflusst. Im Gegensatz zu einem optischen Filter liegt der mittlere Knoten der zweiten Resonanz nicht auf dem mittleren Knoten der vierten Resonanz. Das kommt von der höhenabhängigen Schallgeschwindigkeit. Wie schon erwähnt, erreicht der Transmissionskoeffizient in den meisten Fällen nicht den Wert von 100%. Dennoch erzeugen die teilweise reflektierten Wellen ein nahezu stehendes Wellenfeld in der Photosphäre mit lokalisierten Knoten. Insgesamt steigt die Transmission mit der Frequenz an, da die Reflektion der Übergangsregion für hohe Frequenzen abnimmt.

Die größten Geschwindigkeiten kommen in der oberen Chromosphäre vor, wohingegen die größte Energiedichte immer in der unteren Chromosphäre/oberen Photosphäre liegt, weil die Massendichte stark mit der Tiefe ansteigt. Die maximale Energiedichte nimmt für jede Resonanz von der unteren Chromosphäre/Photosphäre hin zur oberen Chromosphäre ab, mit zwei Ausnahmen: Abb. 2.11 zeigt in den Graphen für MALBY und LITES für die dritte Resonanz einen anderen Effekt. In beiden Fällen trifft dies mit dem stärksten Transmissionskoeffizienten zusammen. Beide zeigen ebenso eine höhere Energiedichte in der Chromosphäre.

⁵Dieser Effekt wird z.B. bei einer Methode zur Überprüfung der Signifikanz einzelner Peaks durch Umordnen der Messreihe genutzt (Nemec & Nemec 1985, O'Shea et al. 2001).

Mit der Berechnungsmethode kann man die Größe des Resonators nicht stark beeinflussen, da die untere Grenze durch die Atmosphäre vorgegeben ist. Es ist umso erstaunlicher, dass die berechneten Maxima der Transmission im Bereich der beobachteten Oszillationsfrequenzen liegen, obwohl die semi-empirischen Atmosphären nur durch Vergleich mit Spektrallinien erzeugt wurden! Wäre dies nicht der Fall, wäre es sehr einfach, diesen Ansatz als falsch abzulehnen.

Ein Vergleich der Frequenzspektren für die drei Atmosphären bringt auch schon aus Zhugzhda et al. (1983), Zugzda et al. (1984, 1987) bekannte Tatsachen zu Tage: Eine Verlängerung der Atmosphäre (Chromosphäre/Photosphäre) führt zu einer Absenkung der Resonanzfrequenzen. Ebenso führt eine Absenkung des Temperaturminimums zu einer Verschiebung der Resonanzen hin zu niedrigeren Frequenzen.

Der Einfluss vereinfachter Annahmen

Es zeigt sich, dass die Transmission für unterschiedliche Atmosphärenmodelle sehr verschieden ist. Mit Sicherheit gibt kein universelles chromosphärisches Modell für verschiedene Sonnenflecken und auch nicht für einen gesamten Sonnenfleck. Das resonante Filtern funktioniert jedoch auch für einen strukturierten Sonnenfleck, da im Grenzfall starker Magnetfelder sich die *slow-mode* Wellen unabhängig voneinander entlang der Magnetfeldlinien ausbreiten (Syrovatskii & Zhugzhda 1967). D.h. die Resonanz kann in einem sehr begrenzten Flussschlauch in der Chromosphäre stattfinden, da die Dispersionsrelation in diesem Fall nicht von der horizontalen Wellenzahl abhängt.

Chromosphärische Modelle für beieinander liegende Flussschläuche in Sonnenflecken können also sehr verschieden sein, da der Druck zwischen zwei Flussschläuchen hauptsächlich vom Magnetfelddruck kontrolliert wird, der in diesem Fall viel stärker als der Gasdruck ist. Das ist wichtig, wenn man die Beobachtungen verstehen will: Insgesamt sind eher kleinere Amplituden der 3 min-Oszillation über den gesamten Fleck verteilt, dann jedoch große starke *umbral flashes* in sehr kleinen Bereichen. Diese Blitze können die Folge eines perfekten chromosphärischen Interferenzfilters sein, wenn der größte Teil der einlaufenden Welle nicht reflektiert wird, sondern durch die Chromosphäre fast ungehindert läuft und eine Schockwelle entwickelt. Diese Filter sind natürlich zeitlich nicht stabil, da sich durch die Schockwellen die Atmosphärenstruktur ändert und sie schließlich zerstört werden. Die kleineren Amplituden des gesamten Sonnenflecks könnten ein Ergebnis nicht perfekter Filter sein.

Weiterhin wurden hier nicht-adiabatische Effekte ignoriert, die zur Dämpfung der Wellen führen können, was die berechneten Amplituden in der Chromosphäre verringern würde.

2.8.4 Zusammenfassung

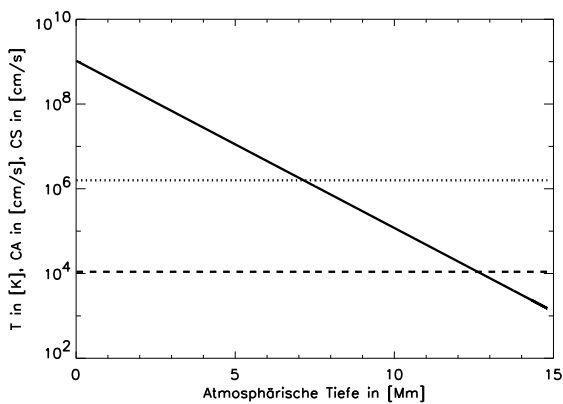
Bei der Analyse der Transmissionseigenschaften von verschiedenen Sonnenfleckatmosphären ist folgendes aufgefallen:

- Die erste Resonanz im 3 min-Spektrum gehört zu einem Resonator in der oberen Chromosphäre
- Alle weiteren Resonanzen nutzen die gesamte Atmosphäre bis zur Photosphäre und haben einen gemeinsamen Knoten bei etwa $\tau_{500} = 1$.
- Nichtbeachtung des Turbulenzdrucks führt bei der Berechnung zwar zu Resonanzen, jedoch wird die Energieerhaltung verletzt.
- Eine Anhebung der Schallgeschwindigkeit, sei es durch Temperaturerhöhung oder die Annahme eines konstanten $\gamma = 5/3$, verschiebt die Resonanzen zu höheren Frequenzen hin.
- Eine Ausdehnung der Chromosphäre führt zur Verschiebung der Resonanzen in Richtung kleinerer Frequenzen

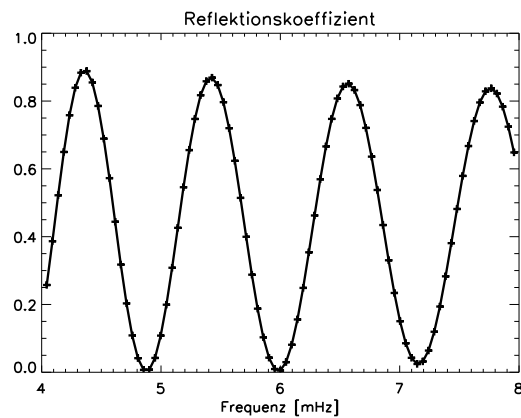
2.9 Ergebnisse für $k_{\perp} > 0$

2.9.1 Isotherme Atmosphäre

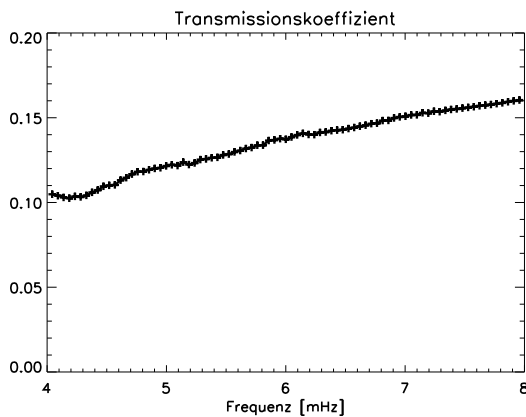
In einem ersten Test wird eine isotherme Atmosphäre (2.12) mit einem Sprung von einer „Korona“ mit $2 \cdot 10^6$ K zu einer „Chromosphäre“ mit $1.1 \cdot 10^4$ K genutzt. Es wurde nach Oszillationen gesucht, die von einem aus tiefen Schichten einlaufenden *fast-mode* angeregt werden, während ein einlaufender *slow-mode* verboten wurde. Oben in der „Korona“ wurden ein auslaufender *slow-mode* und ein evaneszenter *fast-mode* angenommen (siehe Abb. 2.5 zur Veranschaulichung). Die Magnetfeldstärke betrug 2500 G, die horizontale Wellenzahl $k_{\perp} = 9 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, das entspricht einem „Sonnenfleckdurchmesser“ von etwa 3.5 Mm. Der Fehler in Fluss war in den meisten Fällen kleiner als 5 % und kaum abhängig von den Koeffizienten.



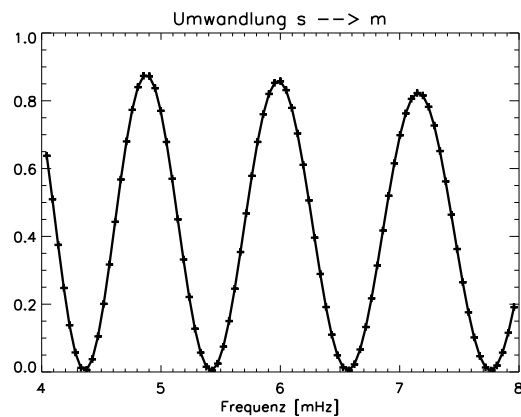
(a) Isothermes Atmosphärenmodell. Alfvén-Geschwindigkeit (durchgezogene Linie), Schallgeschwindigkeit (gepunktet), Temperatur (gestrichelt).



(b) Reflektionskoeffizient.



(c) Transmissionskoeffizient.



(d) Umwandlung von *fast-mode* zu *slow-mode*.

Abb. 2.12: Ergebnisse für eine isotherme Atmosphäre mit Sprung. Bei der Höhe null schließt sich die isotherme „Korona“ mit 2 Mio. Kelvin an.

In diesem Fall erscheint ein künstlicher „Resonator“ mit zwei Grenzen: Die erste bildet der

Temperatursprung und die zweite der Kopplungsbereich, an dem $C_A \approx C_S$ gilt. Dieser „Resonator“ arbeitet nicht als Filter für den einlaufenden *fast-mode*, wie man am glatt verlaufenden Transmissionskoeffizienten ohne Resonanzen erkennen kann. Aber das Verhalten der Reflektion und der Umwandlung ist sehr interessant: Sie wechseln sich ab, d.h. für einige Frequenzen wird der am Temperatursprung reflektierte Fluss vom *fast-mode* in den *slow-mode* verschoben. Der Grund dafür muss die Phase zwischen den beiden Moden sein, da oben nur die Amplitude und Phase (A, φ) der evaneszenten und laufenden Wellen so verändert werden, dass unten ein abwärtslaufender *slow-mode* übrig bleibt (der aufwärtslaufende *slow-mode* ist null).

2.9.2 Sonnenfleckatmosphäre

Die folgende Rechnung verwendet die STAUDE'sche semi-empirische Sonnenfleck-Atmosphäre, durchsetzt mit einem Magnetfeld von 2500 G und verbunden mit einer Wellenzahl von $2\pi/k_{\perp} = 20$ Mm, das entspricht einem Sonnenfleck-Durchmesser von 10 Mm. Die Ergebnisse sind in den Abb. 2.13 zu sehen. Der *Fehler* der Flussungleichheit ist oben links gezeichnet: Er bleibt im größten Teil des Frequenzbandes unter 5%, zeigt aber in wenigen vereinzelt Bereichen größere Werte. Die Struktur des *Fehlers* ist nicht „in Phase“ mit der im Reflektionskoeffizient vorhandenen Struktur. Der *Fehler* erreicht seinen größten Wert bei 6 MHz und scheint nur wenig Einfluss auf das Ergebnis zu haben. Wie man an den zugehörigen Abbildungen gut erkennt, ist der Ausreißer von der glatten Kurve bei dieser Frequenz sowohl bei Reflektions- als auch beim Umwandlungskoeffizienten gering.

Im isothermen Fall haben wir schon gesehen, dass bei einer starken Reflektion die Umwandlung klein wird und umgekehrt, wobei diese Rechnungen zu einem glatten Transmissionskoeffizienten führten. Hier herrscht ein stark variierender Transmissionskoeffizient vor. Die Reflektion ist viel stärker von den Transmissionseigenschaften der Atmosphäre beeinflusst als durch die Umwandlung zur anderen Wellenmode. Dieser schwächere Einfluss ist schon allein durch die größere horizontale Wellenzahl gegeben, die wegen der eingeschränkten Gültigkeit der Näherung (vgl. Abschnitt 2.5) gewählt werden musste. Die Umwandlung ist weiterhin sehr schwach in Bereichen starker Transmission, da sie eine an der Übergangsregion reflektierte Welle braucht, um überhaupt zu erscheinen. Es können nur Wellen in gleicher Laufrichtung bei der Umwandlung erzeugt werden.

Um ein ähnliches Bild wie bei der isothermen Atmosphäre zu erhalten, wurde in Abb. 2.13 (rechts unten) der Reflektionskoeffizient für eine Rechnung mit $k_{\perp} = 0$ von dem dieser Rechnung mit $k_{\perp} > 0$ abgezogen. Wir sehen negative Werte im Bereich, in dem die Umwandlung in den *slow-mode* stattfindet. D.h. in diesen Bereichen wurde die Reflektion reduziert. Dies ist dieselbe Eigenschaft wie im isothermen Fall. Zugegebenermaßen sind die Fehler nicht zu übersehen, die sich in den Punkten außerhalb der glatten Kurve bemerkbar machen. So kann auch keine Aussage darüber gemacht werden, ob die Differenz der Transmissionskoeffizienten beider Rechnungen nun auf Grund des Magnetfeldes besteht oder eben nur durch die Ungenauigkeit der Näherung verursacht ist. Eine genauere Rechnung ohne die gemachte Näherung ist hier vonnöten.

Ein kleiner Vorgriff auf das nächste Kapitel (Abb. 3.3) zeigt, dass der Umwandlungskoeffizient sehr stark an das Powerspektrum der Geschwindigkeit in der Höhe ($C_S \approx C_A; z \approx 0$ Mm) ähnelt. Es ist also nicht zwingend, dass die Frequenzen der gefundenen Magnetfeldoszillationen denen der Geschwindigkeit in höheren Höhen entsprechen.

2.9.3 Exkurs: Magnetfeldoszillationen

Als kleiner Vorgriff auf das letzte Kapitel werden an dieser Stelle Magnetfeldoszillationen behandelt, die sich aus der hier aufgebauten Theorie ergeben. Aus den berechneten Wellen können aus

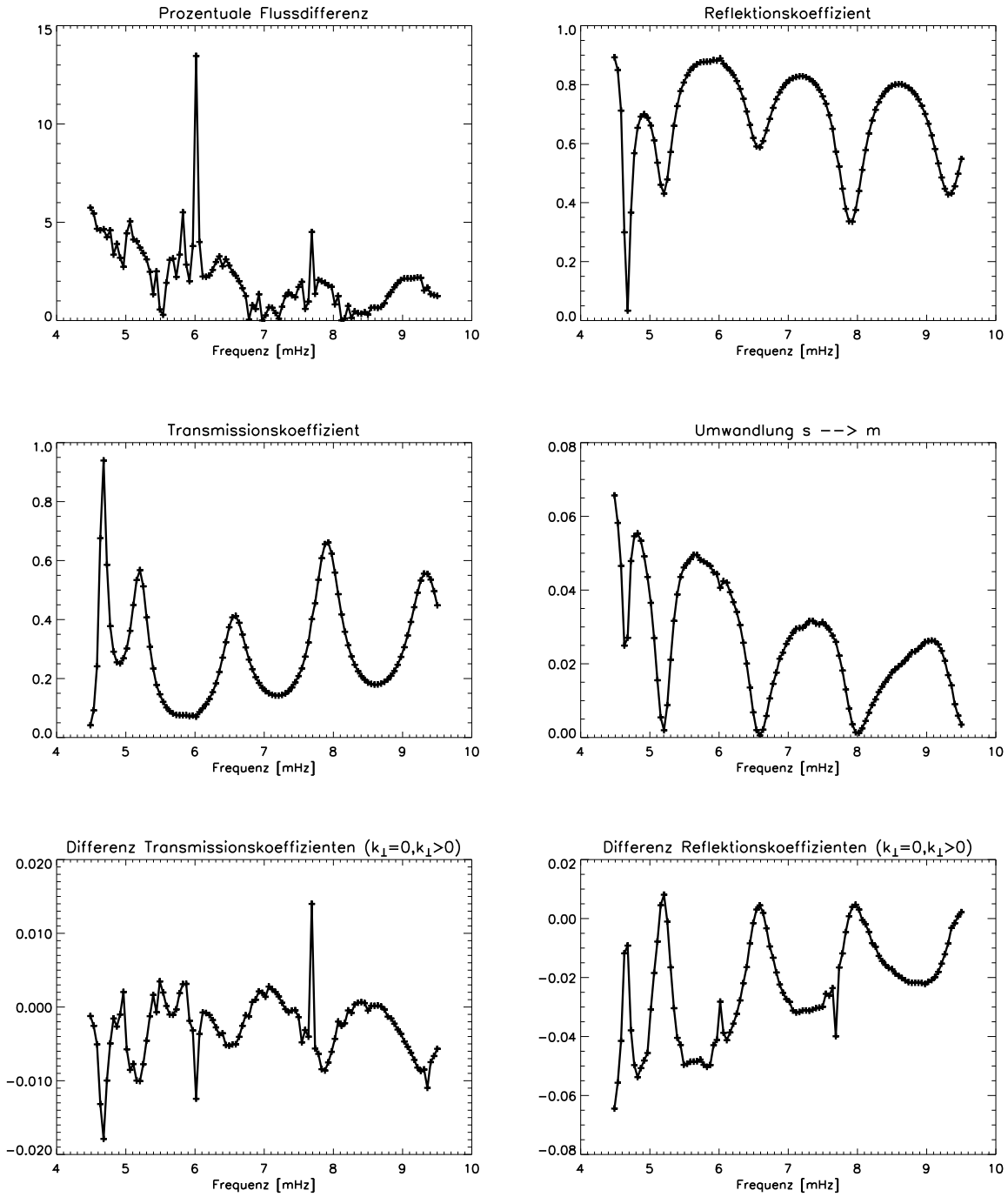


Abb. 2.13: Koeffizienten für eine Rechnung mit der STAUE-Sonnenfleck-Atmosphäre, einem Magnetfeld von 2500 G und einen Fleckdurchmesser von 10 Mm.

der Induktionsgleichung folgend mittels Gleichung (A.10) im Anhang Magnetfeldschwingungen abgeleitet werden:

$$\delta B_{\parallel} = -ik_{\perp} B_0 \xi_{\perp} \quad (2.13)$$

$$\delta B_{\perp} = B_0 \frac{d}{dz} \xi_{\perp} \quad (2.14)$$

Analog zu Lites et al. (1998) wurde bei der ungefähren Entstehungshöhe von FeI 630.15 nm von $z \approx 0.1$ Mm eine Geschwindigkeitsamplitude von 13 m/s angenommen. Abb. 2.14 zeigt die zugehörigen Amplituden und Phasen der ersten und zweiten Resonanz. Bei 0.1 Mm findet man eine Magnetfeldamplitude von 0.038 G (2. Resonanz: 0.03 G). Das ist etwas kleiner, als sie von Lites et al. (1998) für 3 min-Oszillationen bei einer Feldstärke von 3000 G angegeben werden. Die Geschwindigkeitsamplitude wird hauptsächlich von der Geschwindigkeit parallel zum Magnetfeld (δv_{\parallel}) beherrscht, dagegen spielen der Magnetfeldvariation beide Komponenten ($\delta B_{\parallel}, \delta B_{\perp}$) eine Rolle. Die Phasen zwischen ($\delta v_{\parallel}, \delta B_{\perp}$) liegen bei 161.72° für die erste Resonanz und 178.76° für die Zweite. Bei ($\delta v_{\parallel}, \delta B_{\parallel}$) ergeben sich Phasen zu -59.8° bzw. -87.8° . Die Phasen zwischen ($\delta v_{\parallel}, |\delta \vec{B}|$) sind -35° bzw. -11° . Man erkennt, dass die Phasen sowohl von der Frequenz als auch von der Beobachtungshöhe abhängen und sehr wahrscheinlich auch von der Magnetfeldstärke, dem Atmosphärenmodell und der betrachteten horizontalen Wellenzahl; es lässt sich kaum eine generelle Aussage treffen, die die Beobachtung vereinfachen würde.

An der unterhalb von $z = 0$ Mm ständig mit der Tiefe zunehmenden Phase von δB_{\perp} erkennt man den abwärtslaufenden *slow-mode*, der einlaufende *fast-mode* zeigt sich an der abfallenden Phase δv_{\parallel} . Das Phasendiagramm der zweiten Resonanz für δv_{\parallel} zeigt deutlich Phasensprünge von 180° , was auf eine nahezu stehende Welle hinweist, doch dazu mehr im folgenden Kapitel.

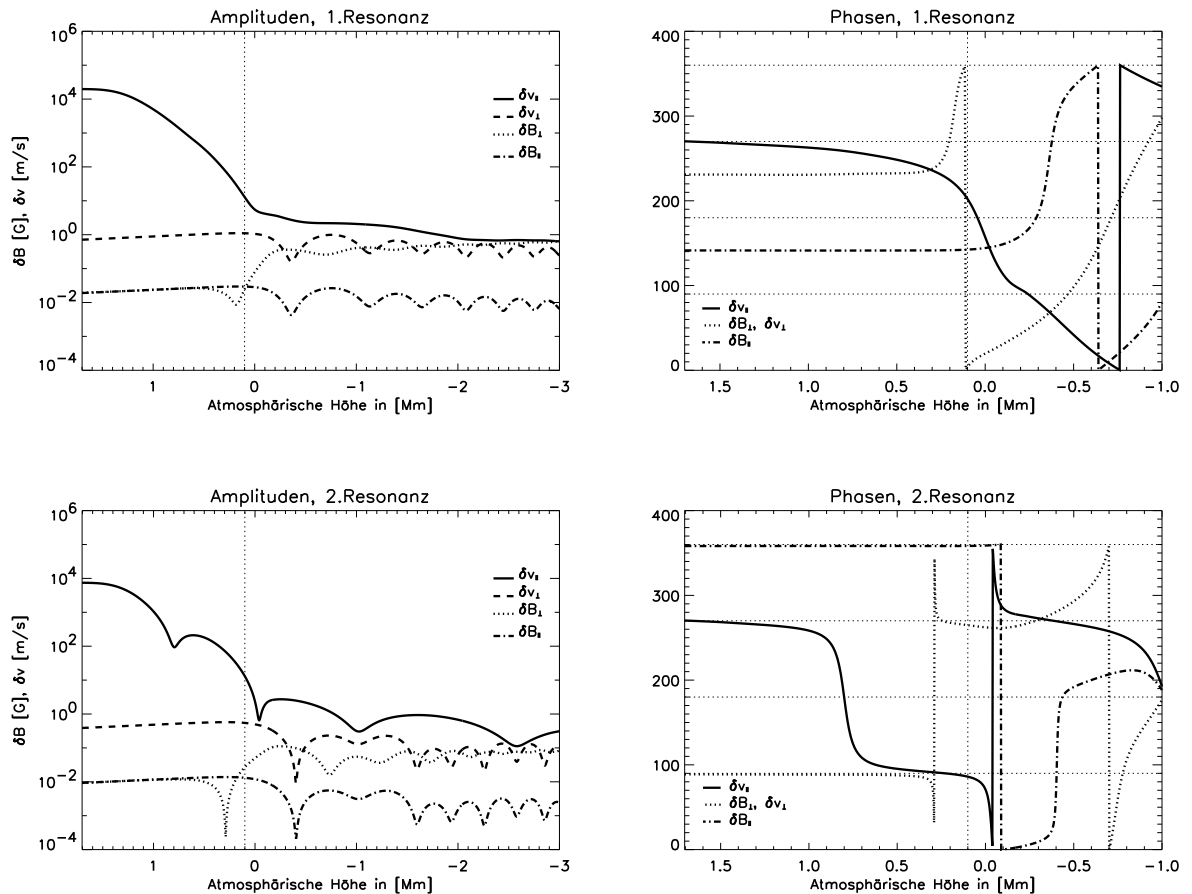


Abb. 2.14: Amplituden der Magnetfeldoszillationen und Phasen für einen Sonnenfleck mit 10 Mm Durchmesser und einem Magnetfeld von 2500 G. An der Entstehungshöhe von FeI 630.15 nm (senkrechte gepunktete Linie) wurde die Geschwindigkeitsamplitude auf 13 m/s normiert. Das Magnetfeld zeigt an diesen Stellen daraus folgend Amplituden von ≈ 0.04 G.

Die bestimmten Werte für die Amplituden der Magnetfeldoszillationen gelten nur für die angegebene horizontale Wellenzahl und die verwendete Atmosphäre. Bei stärkerer Kopplung lassen sich auch höhere Werte erzielen. Das bedeutet, dass die beobachteten Magnetfeldoszillationen kaum eine Oszillation des gesamten Sonnenflecks in der Grundschiwingung sein können, da die zu beobachtenden Amplituden in diesem Fall weit unter den derzeitigen Möglichkeiten des technisch Machbaren liegen. Es bedeutet nicht, dass es Magnetfeldoszillationen des gesamten Sonnenflecks nicht geben kann, da es auch höhere Ordnungen von Schwingungen gibt, wie z.B. die Multi-Mode-Oszillationen von Zhugzhda et al. (2000).

Die 5 min-Oszillation konnte nicht untersucht werden, weil eine Kontrolle der Rechnungen mit der hier verwendeten Methode nicht möglich ist. Lites et al. (1998) gibt sie jedoch mit ungefähr 0.5 G an.

2.9.4 Zusammenfassung

- Die Kopplung der MHD-Wellen führt zu einer Modentransformation, wobei die Transmission bei kleinem k_{\perp} nahezu unbeeinträchtigt bleibt
- Die umgewandelte Welle hat genau die Energieverteilung über die Frequenzen, die das Geschwindigkeits-Powerspektrum in der Höhe $C_S \approx C_A$ aufweist.
- Die Phasen $(\delta v_{\parallel}, \delta B_{\perp})$ und $(\delta v_{\parallel}, \delta B_{\parallel})$ sind höhen- als auch frequenzabhängig und sind wahrscheinlich zusätzlich abhängig vom verwendeten Atmosphärenmodell.
- Die Schwingung des Sonnenflecks als Gesamtheit in der Grundschiwingung ist nicht verantwortlich für die beobachteten Magnetfeldoszillationen.

Kapitel 3

Brücke zu den Beobachtungen

Whenever anyone says, “theoretically“, they really mean, “not really“.

Dave Parnas

3.1 Sonnenfleckseismologie ?!

Die von [Zhugzhda et al. \(1983\)](#) vorgeschlagene Seismologie von Sonnenflecken beinhaltet, dass in Sonnenflecken gemessene Powerspektren mit theoretisch berechneten verglichen werden. Jedoch ist eher zweifelhaft, ob je die Struktur eines Sonnenflecks durch diese Methode so genau bestimmen werden kann, wie es beim Aufbau der Sonne mit sehr hoher Präzision bereits bewerkstelligt wird. Die Arbeit von [Rendtel \(2001, Universität-Potsdam\)](#) zeigt deutlich, dass es in Sonnenflecken keine festen Schwingungsperioden gibt, sondern dass sie sich zeitlich, wohl mit der Sonnenfleckatmosphäre, ändern. Manche Schwingungen sind nur über 20-30 min in einer Frequenz stabil. Auch sind deutlich Substrukturen in der Umbra zu sehen, wie z.B. helle Punkte (engl. umbral bright points), die gewiss eine andere Atmosphäre als die umbrale Umgebung aufweisen. Dennoch soll hier versucht werden, von der Theorie aus dem vorangegangenen Kapitel eine Brücke zur Beobachtung zu schlagen.

Zum Vergleich von Theorie und Beobachtungen macht man sich die Möglichkeit zunutze, mit Hilfe verschiedener Spektrallinien die Sonnen(fleck-)atmosphäre in unterschiedlichen Höhen sondieren zu können (vgl. Abschnitt 1.2). In der Photosphäre ist das recht einfach, hier entstehen Spektrallinien über einen relativ kleinen Höhenbereich. Die Gasdichten sind dort so hoch, dass nach der Absorption eines Photons nicht sofort wieder eine Emission folgt, sondern hauptsächlich atomare Übergänge durch Stöße stattfinden. Die absorbierten Photonen werden so zur Erhaltung der lokalen Temperatur genutzt (sie werden thermalisiert). Die Besetzungsverhältnisse der atomaren Energieniveaus und die Ionisationsverhältnisse sind damit von der lokalen Temperatur bestimmt. Die Geschwindigkeiten gehorchen der Maxwell-Verteilung, die Anregungszustände der Atome können mit der Boltzmann-Formel berechnet werden, für die Ionisationszustände gilt die Saha-Gleichung und schließlich wird für die Quellfunktion oder Ergiebigkeit im Strahlungstransport die Kirchhoff-Planck-Funktion genutzt. Man sagt, die Spektrallinien entstehen im LTE (engl. local thermodynamic equilibrium), im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht. Als Folge entstehen die Spektrallinien in so einer Umgebung räumlich weitgehend lokalisiert.

In der Chromosphäre nehmen die Gasdichten ab. Auf die Absorption eines Photons erfolgt nicht zwingendermaßen ein Stoß zwischen Atomen, somit werden Photonen nicht thermalisiert. Die Emission hängt folglich nicht mehr nur von der lokalen Temperatur ab, sondern auch von der absorbierten Strahlung, dem Strahlungsfeld. Man kann also die oben beschriebenen Gleichungen,

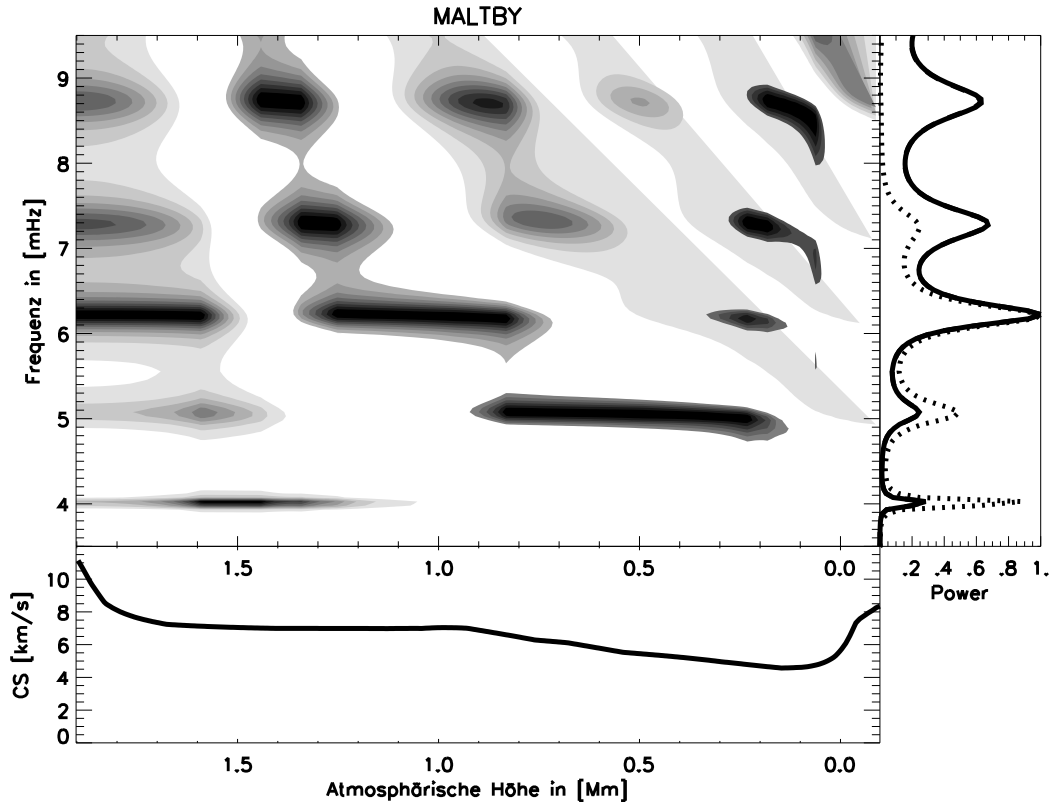


Abb. 3.1: 2D-Geschwindigkeits-Powerspektrum aus den Rechnungen mit der MALTBY Atmosphäre. Dunkle/helle Werte zeigen große/kleine Amplituden in dem entsprechenden Höhen- und Frequenzbereich. Für jede Höhe wurden die Powerspektren getrennt auf eins normiert. Unten ist die Schallgeschwindigkeit zur Orientierung aufgetragen. Rechts sind die normierten Powerspektren für die Übergangsregion (durchgezogen) und eine andere Höhe (gepunktet) gezeichnet. Das Powerspektrum der Übergangsregion entspricht dem auf eins normierten Transmissionskoeffizienten.

die die atomaren Zustände rein von der Temperatur abhängig beschreiben, nicht mehr direkt benutzen. Vielmehr legt man ein statistisches Gleichgewicht der Übergänge durch Strahlung und Stöße zugrunde. Jede Abweichung von der in LTE gemachten Annahmen wird unter dem Begriff NLTE (engl. non-LTE) zusammengefasst. Die Spektrallinien entstehen also nicht im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht. Die Folge ist, dass, bedingt durch den Einfluss der Strahlung, ein recht ausgedehnter Höhenbereich für die Linienentstehung verantwortlich ist. Damit ist eine Verschmierung der Information der atmosphärischen physikalischen Parameter über diesen Höhenbereich in der Linie verbunden, was die direkte Interpretation (z.B. die Verschiebung des Linienzentrums als einfache Doppler-Verschiebung einer spezifischen Höhe) behindert. Der einzige Weg dieses Hindernis zu umschiffen, ist die direkte Modellierung der Spektrallinien aus den theoretischen Vorgaben für die Atmosphäre. Die Analyse der künstlichen Spektrallinien kann dann mit Beobachtungen verglichen werden. Dies soll an dieser Stelle mit der chromosphärische Kalzium CaK-Linie und der photosphärische FeI 630.15 nm Linie in Verbindung mit dem „Sonnenfleckfilter“ untersucht werden.

3.1.1 Geschwindigkeitsfeld

Abbildung 3.1 zeigt uns eine Art Wellenfeld am Beispiel der im vorigen Kapitel berechneten Wellen für die MALTBY Atmosphäre. Unten ist zur Orientierung die Schallgeschwindigkeit in der Atmosphäre aufgetragen. Darüber ist jeweils das lokale Geschwindigkeits-Powerspektrum, also das Quadrat der lokalen Geschwindigkeitsamplitude einer bestimmten Frequenz, dargestellt. Dunkel bedeutet starke Amplituden in dem Frequenz- und Höhenbereich, dagegen zeigen hellere

Werte kleinere Amplituden. Rechts ist das auf eins normierte Powerspektrum für die Übergangsregion (durchgezogen) aufgetragen - es entspricht dem berechneten (auf eins normierten) Transmissionskoeffizienten -, ein weiteres Powerspektrum einer anderen Höhe (gepunktet) zeigt die starke Diskrepanz der Spektren in verschiedenen Höhen. Um dies zu verdeutlichen, wurden in Abb. 3.2 für alle drei Atmosphären die Powerspektren in verschiedenen Höhen dargestellt. Ein Powerspektrum, das in der Photosphäre aufgenommen wurde, muss nicht einem in der Chromosphäre oder Übergangsregion aufgenommenen gleichen. Vielmehr fallen in manchen Höhen ganze Resonanzfrequenzen völlig weg, wenn eine fast stehende Welle ein Minimum aufweist, wie z.B. die dritte Resonanz bei etwa 1.3 Mm in der LITES Atmosphäre. Es können aber auch mehrere Resonanzen über einen größeren Höhenbereich unsichtbar werden, wie in der Atmosphäre von STAUDE zwischen 1.1 und 1.4 Mm. Die chromosphärische Resonanz (erster Peak im Powerspektrum) ist bei LITES und MALTBY in der Photosphäre ganz verschwunden. Sehr interessant ist die Deutlichkeit, mit der das gemeinsame Minimum der Oberschwingungen in allen Atmosphärenmodellen bei $\lg \tau_{500} = 0$ zu Tage tritt. An dieser Stelle sollten die Resonanzfrequenzen gar nicht zu messen sein.

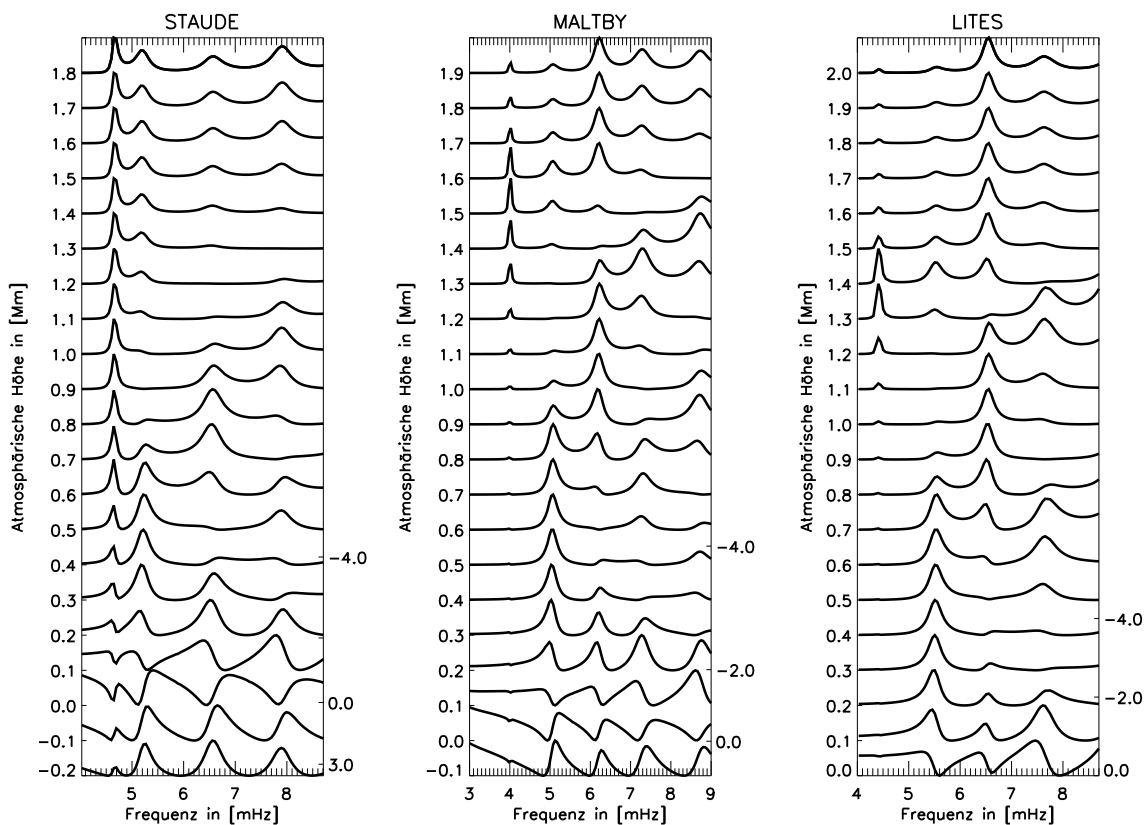


Abb. 3.2: Relative Powerspektren in verschiedenen Höhen der Atmosphäre. Maximale Power in jeder Höhe jeweils auf 1 normiert. Rechte Skala: Die Höhe in der optischen Tiefe $\lg \tau_{500}$. Man sieht sehr deutlich die starke Höhenabhängigkeit der Powerspektren, speziell die nur in der Chromosphäre vorkommende erste Resonanz und auch das gemeinsame Minimum der verschiedenen Oberschwingungen bei etwa $\lg \tau_{500} = 0$.

Es ist hierbei aber zu beachten, dass in diesen Darstellungen das Powerspektrum für jede atmosphärische Höhe auf eins normiert wurde. Die Stärke einer Resonanz kann damit nicht relativ zu verschiedenen Höhen verglichen werden. Die 5 min-Oszillationen, die gemeinhin in der Photosphäre gemessen werden, tauchen nicht auf, da sie in den Rechnungen nicht vorkommen. Die Stärke der 5 min würde i.A. das hier gezeigte Spektrum in der Photosphäre stark unterdrücken und nahezu unsichtbar machen (vgl. FeI 630.15 nm in Abb. 1.6).

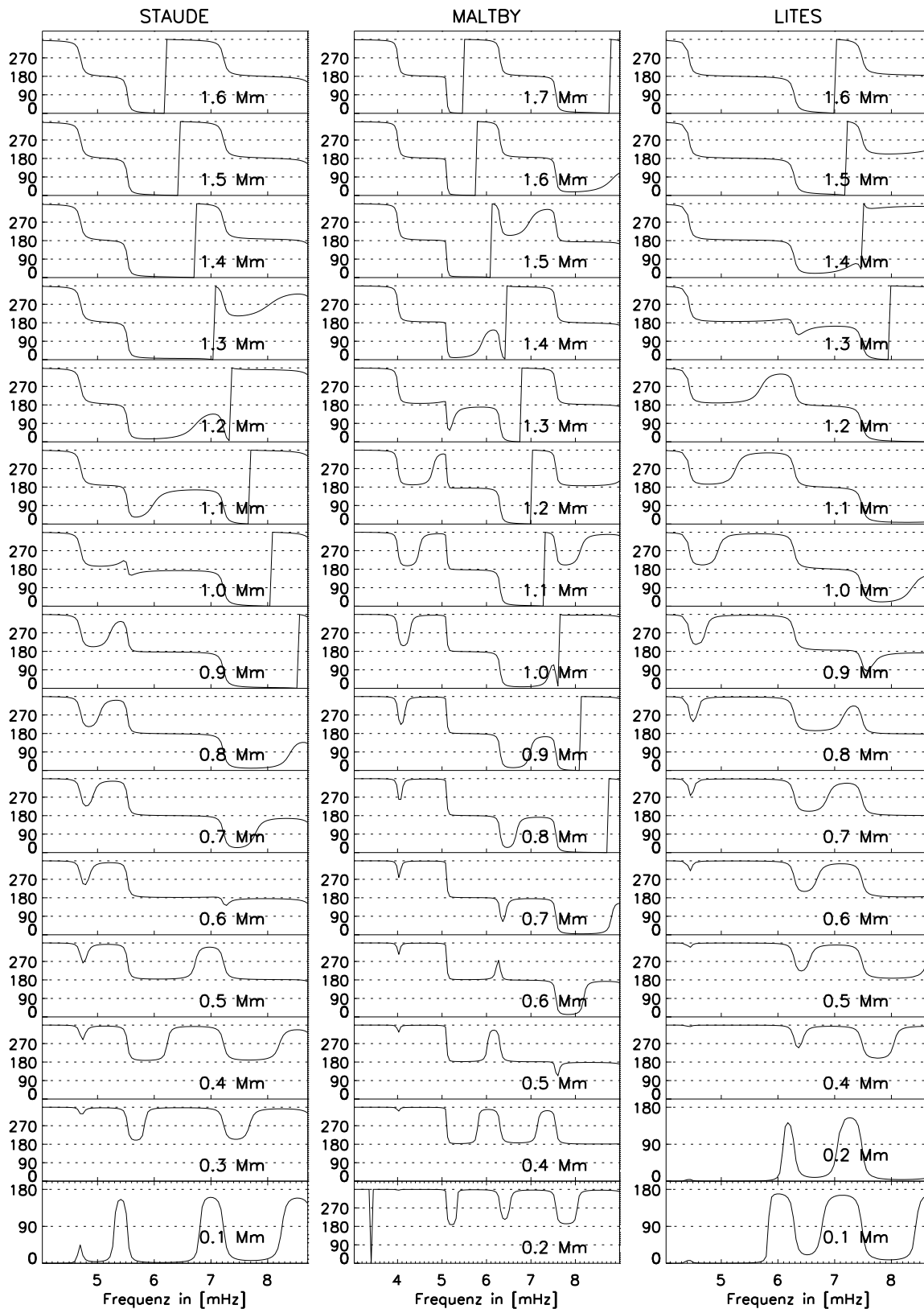


Abb. 3.3: Phasen der Geschwindigkeitsschwingungen jeweils relativ zur ungefähren Entstehungshöhe der Linie Fe I 630.15 nm (siehe Abb. 3.5). Folgende Entstehungshöhen wurden mit etwas Freiheit gewählt: STAUDE: 0.2 Mm, MALTBY: 0.3 Mm, LITES: 0.3 Mm. Die linke Skala entspricht der Phasenbeziehung in Grad.

3.1.2 Phasenbeziehungen

Eine weitere Untersuchungsmöglichkeit bieten Phasenbeziehungen, sie lassen sich zumindest in der Theorie einfach darstellen und interpretieren. In Abb. 3.3 sind jeweils die Phasen der Geschwindigkeit bezüglich einer abgeschätzten Entstehungshöhe von FeI 630.15 nm in Schritten von 100 km dargestellt. Die entsprechende Entstehungshöhe fehlt jeweils in der Darstellung, da sich daraus keine Information ergibt. Man sieht sehr deutlich die Signatur von fast stehenden Wellen, was sich durch Phasenlagen um 0 und 180 Grad äußert: Die zweite Resonanz im LITES Modell bei etwa 5.5 mHz schwingt bis zu einer Höhe von 1.1 Mm in Phase, danach kippt sie recht plötzlich und der obere Bereich der Atmosphäre schwingt in Gegenphase. Als weiteres Beispiel sei die dritte Resonanz derselben Atmosphäre bei etwa 6.7 mHz in Augenschein genommen: Hier findet der Phasensprung in einer Höhe von ungefähr 0.6 Mm statt, danach schwingt die Atmosphäre in Gegenphase, wobei sie nicht gleich bei 180 Grad ankommt. Ab 1.4 Mm schwingt sie dann wieder in Phase mit der Photosphäre. Der Übergang von in-Phase und Gegenphase verläuft glatt, ohne einen starken Sprung. Es kommen auch Phasen von 90 bzw. 270 Grad vor (z.B. STAUDE 0.5 Mm und LITES 0.9 Mm). Dies tritt meist im Übergangsbereich auf, bis sich wieder eine 0- bzw. 180-Grad-Phase herausgebildet hat. So entstehen auch kleine Bereiche, in denen die Phase zu höheren Frequenzen kurz ansteigt und gleich wieder abfällt (z.B. STAUDE 1 Mm, MALTYBY 1.3 Mm und LITES 1.3 Mm). Dies würde man bei einer Beobachtung nicht unbedingt mit stehenden Wellen in Verbindung bringen. Diese Phasen sind jedoch sehr theoretische Gebilde. Hier geht nicht ein, dass eine Spektrallinie nicht in einem Höhenpunkt entsteht, sondern über einen ganzen Höhenbereich. Das könnte eventuell dazu führen, dass die Phasenbeziehungen weit weniger eindeutig werden, als man es bei einem so einfachen Bild vermutet. Dazu werden im Folgenden nun Spektrallinien aus diesen Modellen simuliert.

3.2 Berechnung von Spektrallinien

Zur Berechnung der durch die im vorigen Kapitel berechneten Wellen gestörten Spektrallinien wurde das Programm MULTI von Carlsson (1986) genutzt. Es rechnet den vollständigen NLTE-Strahlungstransport durch eine gegebene planparallele Atmosphäre, die in diesem Fall durch die Wellen gestört ist. Für eine Einführung in den Strahlungstransport siehe Rutten (2000) mit bewerteten weiteren Literaturempfehlungen und das Standardwerk Mihalas & Mihalas (1984). Beide sind komplett frei im Internet erhältlich.

3.2.1 Atmosphären und Atommodelle

Die Atmosphären wurden zunächst über Wasserstoff-Rechnungen in das Programm eingebaut. MULTI erzeugt dabei sukzessiv angepasste Atmosphärenmodelle, wobei die verschiedenen Wasserstoff-Ionen betrachtet werden und in das hydrostatische Gleichgewicht eingehen. Es wird jeweils eine Höhenskala ausgegeben, deren Schrittweite automatisch optimiert wird. Danach sind Rechnungen mit den jeweiligen Atommodellen möglich. Hier muss darauf geachtet werden, dass alle Linien eines Atoms bis ins Kontinuum hinauf gerechnet werden¹. Wie

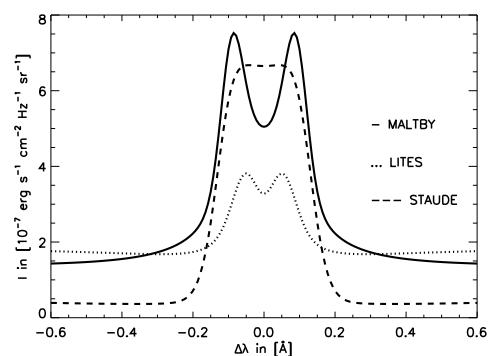


Abb. 3.4: Berechnete CaK-Linienkerne, gefaltet mit einer Makroturbulenz von 4.0 km/s für MALTBY, 5.0 km/s für LITES und 3.8 km/s für STAUDE.

¹Diese Vorgehensweise ergab sich aus persönlichen Gesprächen mit M. Carlsson (1999) und J. Bruls (2000).

schon für Wasserstoff wird bei MULTI auch ein Atommodell für Kalzium mitgeliefert, dessen Werte von Shine & Linsky (1974) stammen. Dieses wurde in Anlehnung an Grigoryeva & Turova (1998) für einen Sonnenfleck angepasst: Für Kalzium werden alle gebunden-freien Übergänge näherungsweise mit einer festen Strahlungstemperatur berechnet. Die Werte für Sonnenflecken wurden Lites & Skumanich (1982) entnommen. Das Atommodell für Eisen wurde freundlicher Weise von J. Bruls zur Verfügung gestellt. Für jedes Atom wird eine Höhenskala mit angepasster Schrittweite erzeugt.

3.2.2 Vergleich der Atmosphären

Die berechneten CaK-Spektren (Abb. 3.4) unterscheiden sich stark. Sie sind jedoch in Übereinstimmung mit den in anderen Veröffentlichungen gezeigten (z.B. Grigoryeva & Turova 1998). Auch in den Beobachtungen findet man relativ große Unterschiede bei den gemessenen Profilen verschiedener Flecken (Mattig & Kneer 1978). CaH/K haben eine starke Inversion in Sonnenflecken. Die doppelte Inversion, also die Absorption in der Reemissionslinie², ist in Flecken versteckt oder nicht vorhanden (Engvold 1967, Linsky & Avrett 1970). Fast alle Atmosphärenmodelle zeigen jedoch eine starke und auch scharfkantige zweite Absorption. Meist wird versucht, dies durch eine Makroturbulenz zu verwischen (Kneer & Mattig 1978, Lites & Skumanich 1982, Grigoryeva & Turova 1998). Sie geht in das Profil als Faltung mit einer Gausskurve mit der Halbwertsbreite der in Wellenlängen umgerechneten Geschwindigkeit ein. Die Werte werden mit bis zu 8.4 km/s angegeben. Bei der Makroturbulenz geht man davon aus, dass in einem Auflösungselement gleichzeitig unaufgelöst mehrere unabhängig linien erzeugende Elemente zusammengefasst werden (siehe z.B. Scheffler & Elsässer 1990). Prinzipiell hängen sie damit auch von dem Winkel (θ ; meist: $\mu = \cos \theta$) bzgl. der Sonnenoberflächennormalen ab, unter dem man den Fleck beobachtet, sie werden aber grundsätzlich an das Atmosphärenmodell angepasst. Skochilov & Teplitskaya (1997) versuchten, diese Makroturbulenz herauszurechnen und so aus einem verschmierten Profil eines Sonnenflecks ein Profil mit doppelter Inversion zu erzeugen.

Eine weitere Eigenschaft der CaH/K-Profile im Sonnenfleck ist eine Asymmetrie: Die Reemissionslinie erscheint blau verschoben, wohingegen die innere

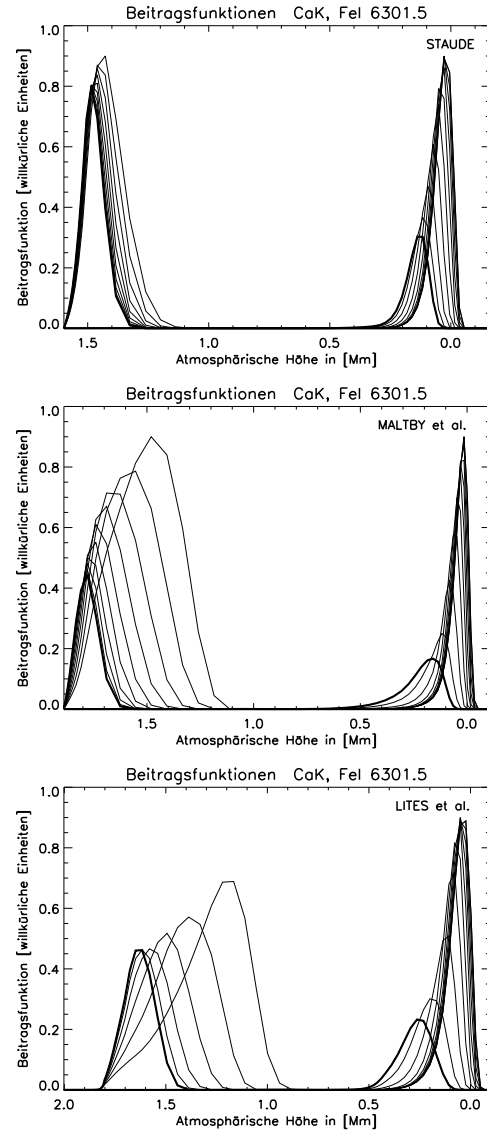


Abb. 3.5: Intensitätsbeitragsfunktion für die STAUE-, MALTBY- UND LITES- Modelle. Der Bereich links gehört zum Kern K_3 von CaK, der rechte Bereich gibt die Linie FeI 630.15 nm bis hinauf zum halben Linienflügel wieder. Der Beitrag zum Linienzentrum wurde mit einer dicken Linie gezeichnet.

² Zur besseren Verständigung bezeichnet man die verschiedenen „Orte“ in der CaK-Linie wie folgt: Das Minimum zum Violetten hin vor der inneren Emission wird K_{1V} genannt, der in dieser Richtung stehende „Höcker“ wird K_{2V} und die Absorption in der Emission K_3 getauft. Entsprechend folgen zum Roten hin der Höcker K_{2R} und das Minimum K_{1R} .

Absorptionslinie (K_3) rotverschoben ist. Dieser Effekt wird durch einen systematischen Abwärtsfluss der Materie in der Chromosphäre simuliert (z.B. Lites & Skumanich 1982, Grigoryeva & Turova 1998). Er wird im Weiteren jedoch vernachlässigt, da er in den zu Grunde gelegten Wellen nicht betrachtet wurde und somit den späteren Vergleich erschwert.

Gerechnet werden die Linien mit vollständig inkohärenter Streuung (CRD - complete redistribution), d.h. zwischen dem absorbierten und dem reemittierten Photon besteht keine Korrelation. Dies ist eigentlich nur in der Photosphäre bei höheren Dichten gültig, da hier zwischen Absorption und Emission viele atomare Stöße stattfinden. Schon Shine et al. (1975) haben gezeigt, dass kohärente Streuung (PRD - partial redistribution) für CaII der Natur näher kommt: Dies ist speziell bei der Untersuchung der Sonnenscheiben-Mitte-Rand-Variationen der CaH/K-Linienkerne (Grigoryeva & Turova 1998) und beim Vergleich der relativen CaH/K-Linienkernintensitäten in einem Beobachtungsbereich von Bedeutung (Kneer & Mattig 1978). Da hier aber nur die Verschiebung des Massenschwerpunktes der inneren Emission von CaK interessiert, ist dies von untergeordneter Bedeutung und kann vernachlässigt werden.

In Abb. 3.5 sind die Intensitätsbeitragsfunktionen für den Kern der zweiten Inversion (K_3) der CaK-Linie und die Beitragsfunktionen für FeI 630.15 nm bis zur halben Höhe in den Linienflügeln aufgetragen. Es wurde jeweils getrennt für FeI und CaII auf den größten Anteil normiert, damit sie in einem Bild darstellbar sind. An dieser Stelle geht es nur um die ungefähre Entstehungshöhe. Das Linienzentrum wurde mit einer dick durchgezogenen Linie hervorgehoben. Man sieht deutlich die sehr konzentrierte Entstehung der FeI-Linie in der Photosphäre (bis 0.5 Mm), wohingegen CaK über einen weiten Bereich in der Chromosphäre (1-1.8 Mm) entsteht, mit einer Ausnahme: In dem Modell von STAUDE scheint auch die Entstehung von CaK- K_3 sehr konzentriert zu sein. In diesem Fall dürfte der Vergleich zwischen den im vorigen Abschnitt dargestellten Phasenbeziehungen und den Modellrechnungen am eindeutigsten ausfallen.

3.2.3 Simulation der Wellen und Auswertung

Die zunächst ungestörten Atmosphärenmodelle wurden den Geschwindigkeitsänderungen durch die Wellen unterworfen. Dazu wurden die im vorigen Kapitel berechneten Schwingungen für mehrere Frequenzen unter der Annahme konstanten Aufwärtsflusses überlagert und in die Modelle implementiert. Der Frequenzabstand der betrachteten Wellen betrug dabei 0.2 mHz; wurde eine Resonanz stark verfehlt, so wurde sie zusätzlich einbezogen. Die maximal auftretende Amplitude wurde auf 3 km/s festgelegt, damit bewegt man sich in Teilen der Atmosphäre schon bei ca. 30 % der Schallgeschwindigkeit. Für Abstände von 30 s und eine Gesamtdauer von 60 min wurde jeweils ein CaK und ein FeI 630.15 nm Spektrum für $\mu = \cos \theta = 0.89$ erzeugt. Diese Zeitreihen wurden darauf analysiert.

Wie vielfach für CaK angewendet (siehe z.B. Yoon et al. 1995), wird der Linienschwerpunkt (λ_c) mittels der Schwerpunktmethode

$$\lambda_c = \frac{\int_{\lambda_0-0.3 A}^{\lambda_0+0.3 A} \lambda I_\lambda d\lambda}{\int_{\lambda_0-0.3 A}^{\lambda_0+0.3 A} I_\lambda d\lambda} \quad (3.1)$$

bestimmt und in Doppler-Geschwindigkeit ($v = c(\lambda_c - \lambda_0)/\lambda_0$) umgerechnet, wobei I_λ die Intensität an der Wellenlängenposition λ , λ_0 die Wellenlänge des ungestörten Linienzentrums und c die Lichtgeschwindigkeit darstellt. Im Falle der Eisenlinie wird die Linienverschiebung aus der Position des Minimums im Absorptionskern ermittelt. Dazu wird das Minimum im Linienkern mit einem Polynom 4. Grades angefitet.

Als Maß für die Schwankungsbreite der Zeitreihen wird die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung bestimmt (engl. root-mean-square, im Folgenden kurz *RMS*). Mittels der Fourier-Transformation (numerisch: Fast-Fourier-Transform, im Weiteren kurz *FFT*) berechnet man das Powerspektrum, Phasenbeziehungen und Kohärenzen (Abb. 3.6) zwischen beiden Schwingungen. Für die Phasenbeziehungen wurden drei verschiedene Methoden genutzt: Zunächst direkt aus der FFT, die unmittelbar auf die Zeitreihe angewandt wurde (dick durchgezogene Linie). Zweitens aus der FFT, nachdem eine Fensterfunktion auf die Zeitreihe multipliziert wurde, die die ersten und letzten 10% der Zeitreihe in Form einer halben Kosinusschwingung auf null absenkt. Und drittens wurde die Zeitreihe ebenfalls der Fensterfunktion unterworfen und zusätzlich nach der Berechnung der FFT ein gleitendes Mittel über jeweils drei Frequenzpunkte durchgeführt. Letzteres ist notwendig, wenn man die Kohärenz berechnen will. Ein Kohärenzwert von 1 ist perfekt, ab 0.4 sollte man spätestens die Phasenbeziehungen nicht mehr ernst nehmen. Die Kohärenz zweier reiner FFT-Spektren ohne Mittelung ist immer 1 und bedeutungslos. Für die Methode der Kohärenzbestimmung siehe [Edmonds & Webb \(1972\)](#).

Da Flecken kaum homogen sind und durchaus verschiedene Atmosphärenmodelle nebeneinander realisiert sein können, wurden die Zeitreihen der drei Atmosphären zusammengefasst und wie eine weitere Realisierung behandelt (Abb. 3.7). Dies kann als räumliche Mittelung verstanden werden, da ein Auflösungselement in der Beobachtung auf der Sonnenoberfläche oft 350 km Kantlänge³ hat. Eigentlich muss man dazu die Spektrallinien mitteln. Da die Profile sehr unterschiedlich sind (siehe Abb. 3.4), wurde die Mittelung indirekt durchgeführt. Zum einen wurden die gemessenen Zeitreihen für jedes Element und jeden Zeitschritt jeweils gemittelt, zum anderen wurden einfach die Powerspektren gemittelt. Beide Methoden werden in der Literatur häufig vollzogen, um größere Statistik zu erhalten, wobei die Mittelung von Zeitreihen zu einer mittleren Zeitreihe eigentlich kleine systematische Fehler verstärken sollte und damit eher ungünstig ist.

3.2.4 Ergebnisse

Betrachtet man die „gemessenen“ Powerspektren in Abb. 3.6 und vergleicht sie mit den in Abb. 3.2 für verschiedene Höhen theoretisch ermittelten, so kann man die Entstehungshöhen in etwa abschätzen. Weitere Entstehungshöhen erhält man aus den Beitragsfunktionen (Abb. 3.5), dem Vergleich der RMS-Werte der Zeitreihen mit den vorgegebenen Atmosphären und schließlich aus der Gegenüberstellung der theoretischen und „gemessenen“ Phasenbeziehungen (Abb. 3.3 und 3.6). Eine Gegenüberstellung der verschiedenen Methoden findet sich in Tab. 3.1. Dieser

Atmosphäre	Beitragsfunktion		Powerspektren		rms Werte		Phase
	CaK	FeI	CaK	FeI	CaK	FeI	
STAUDE	1.4-1.5	0.0-0.2	1.2-1.4	0.1-0.3	1.21	0.13	1.5
MALTBY	1.1-1.8	0.0-0.4	1.7-1.8	0.4 (?)	1.39	0.30	~1.2
LITES	1.0-1.7	0.0-0.4	1.3-1.5	0.3	1.21	0.24	-

Tab. 3.1: Vergleich der Entstehungshöhen in [Mm] für CaK und FeI 630.15nm ermittelt aus den Beitragsfunktionen Abb. 3.5, dem Vergleich der Powerspektren Abb. 3.2 und 3.6, der rms-Werte der Zeitreihen und Phasen Abb. 3.3 und 3.6.

Vergleich klappt in der Regel gut, wenn man von den Phasenbeziehungen absieht. Einzige Ausnahme ist das FeI-Powerspektrum der Atmosphäre von MALTBY, das einen Peak bei 3.6 mHz zeigt, den es eigentlich nicht geben dürfte, wenn man Abb. 3.2 zum Vergleich nimmt. Es ist nicht ganz klar, woher dieser dominierende Peak kommt. Eine Schwebung kann es nicht sein, da sie

³350 km entsprechen, bezogen auf die Sonnenscheibenmitte, 0.5 Bogensekunden.

in Powerspektren nicht angezeigt und in die zwei entsprechenden Frequenzen aufgelöst wird. Falls tiefere Schichten stärker beitragen, sollte das laut Abb.3.2 eher kontinuierlich sein und sich nicht in einem einzelnen Peak äußern. Alle FeI-Powerspektren zeigen nicht das gemeinsame Minimum aller Oberschwingungen bei $z \approx 0$ Mm, obwohl es von den Beitragsfunktionen her gesehen im Entstehungsbereich liegt. FeI 630.15 nm entsteht offensichtlich nicht tief und auch nicht lokalisiert genug, um diesen Effekt zu messen.

In Tab.3.2 sind die aus den Powerspektren zusammengetragenen Amplituden für die ersten drei Resonanzen aufgelistet. Die CaK-Amplituden sind am unteren Ende des Bereichs der in der Chromosphäre gemessenen Amplituden (vgl. Tab.1.1). Die FeI-Amplituden jedoch machen deutlich, dass dieses Resonatormodell wohl kaum in diesen Linien zu finden sein wird. Leider ist davon wohl auch die Nachweisbarkeit des gemeinsamen Minimums der Oberschwingungen betroffen. Natürlich sind die Amplituden linear skalierbar, da sie ursprünglich aus einem linearen Gleichungssystem stammen. Aber es sollte beachtet werden, dass man eigentlich bei der Linearisierung nur kleine Abweichungen erlauben darf und dieser Grundsatz hier schon leicht überstrapaziert wird. Es ist jedoch möglich, dass die bei den Rechnungen nicht einbezogene Strahlungsdämpfung, also das Abführen von Wellenenergie in Form von Licht, die kinetische Energie in der Chromosphäre reduziert und so die Amplituden weniger stark anwachsen.

Atmosphäre	CaK				FeI			
	Powerspektren			rms	Powerspektren			rms
STAUDE	424	245	100	404	-	1.05	0.63	1.19
MALBY	141	100	173	268	?	1.15	0.63	2.38
LITES	122	55	71	130	0.65	1.55	0.66	1.70

Tab. 3.2: Vergleich der Amplituden in [m/s] für CaK und FeI 630.15 nm, ermittelt aus den Powerspektren für die ersten drei Resonanzen, gefolgt von dem rms-Wert der jeweiligen Zeitreihe.

Letztlich sind noch die Phasenbeziehungen zwischen beiden Linien betrachtet worden. Dies ist, wie erwähnt, nur sinnvoll, wenn die Kohärenz größer als 0.4 ist. Im Gegensatz zu realen Beobachtungen ist das im hier betrachteten Fall fast überall erfüllt, was nicht überraschend ist, da von der Art der Erstellung der Zeitreihen eine dringende Korrelation zwingend sein sollte. Da alles künstlich ist, zeigt sich auch die Problematik der Phasenbestimmung. Die drei Methoden liefern doch recht unterschiedliche Ergebnisse. Am brauchbarsten erscheint mir die Methode, bei der man Powerspektren einer gleitenden Mittelung unterzieht (dünn-gestrichelt). Zur besseren Orientierung wurden die gefundenen Resonanzen in den Phasenbildern eingezeichnet. Es wurde darauf verzichtet, eine theoretische Phase einzuzeichnen, da sie im Grunde gar nicht existiert. Außer dem Modell von STAUDE kann man den Phasenbildern im Vergleich mit Abb.3.3 kaum einer bestimmten Höhe zuordnen. STAUDES Phasenbeziehungen passen zu einer Höhe von etwa 1.5 Mm. Dass diese Zuordnung in diesem Fall möglich ist, kann vielleicht schon an den Beitragsfunktionen in Abb.3.5 abgelesen werden, da sie für CaK in dieser Atmosphäre sehr stark in der Höhe beschränkt sind. Mit etwas gutem Willen könnte man bei MALBY noch die Höhe 1.2 Mm herauslesen. Bei LITES jedoch ist eine Zuordnung unmöglich. Findet man bei STAUDE und MALBY noch annähernd 180°-Sprünge und kann so von fast stehenden Wellen ausgehen, ist dies bei LITES kaum noch möglich, es handelt sich eher um ein lineares Anwachsen der Phase. Dies zeigt deutlich, wie schwierig die Interpretation ist, und das bei theoretisch erzeugten Wellen! Bei der Beobachtung würde das noch um einiges schwieriger sein.

Die aus den gemittelten Zeitreihen erstellten Powerspektren (A) und die gemittelten Powerspektren (B) aller drei Modelle sind im Fall von CaK deutlich verschieden (siehe Abb.3.7). Während bei FeI die Amplituden bei beiden Methoden in etwa gleich bleiben, fällt die Amplitude von CaK mit Methode (A) deutlich geringer aus. Wie nicht anders zu erwarten, „siegt“, d.h. sie

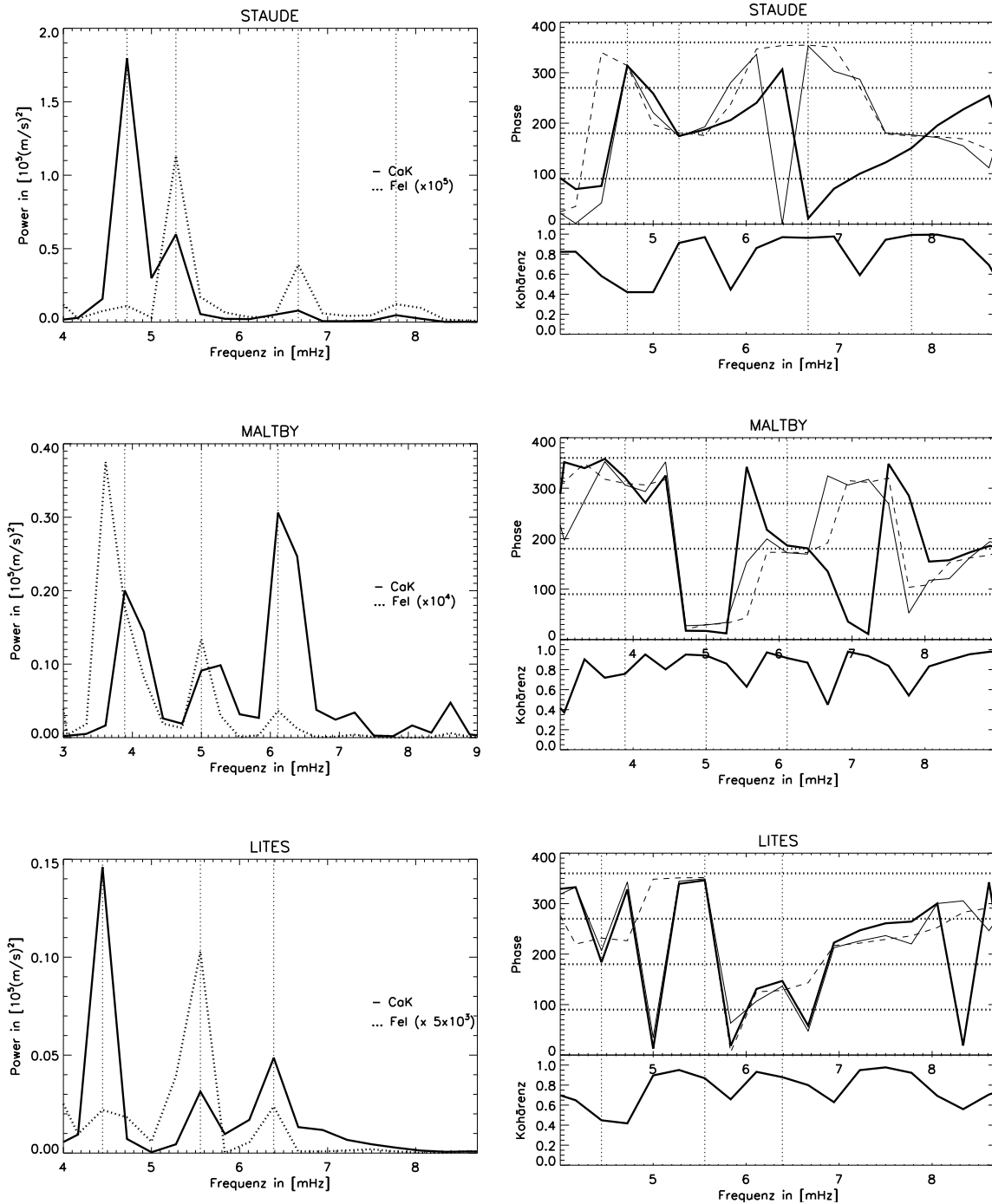


Abb. 3.6: Ergebnisse künstlicher Messreihen. Linke Seite Powerspektren der Geschwindigkeitsoszillationen von CaK (durchgezogen) und FeI (gepunktet) und rechte Seite zugehörige Phasenbeziehungen und Kohärenzen. Die senkrechten Linien markieren die Resonanzen. In den Phasendarstellungen sind drei Methoden verwendet worden: dick-durchgezogen: direkt aus FFT; dünn-durchgezogen: mit Kosinus-Fenster und FFT; dünn-gestrichelt: Kosinus-Fenster, FFT und geglättet.

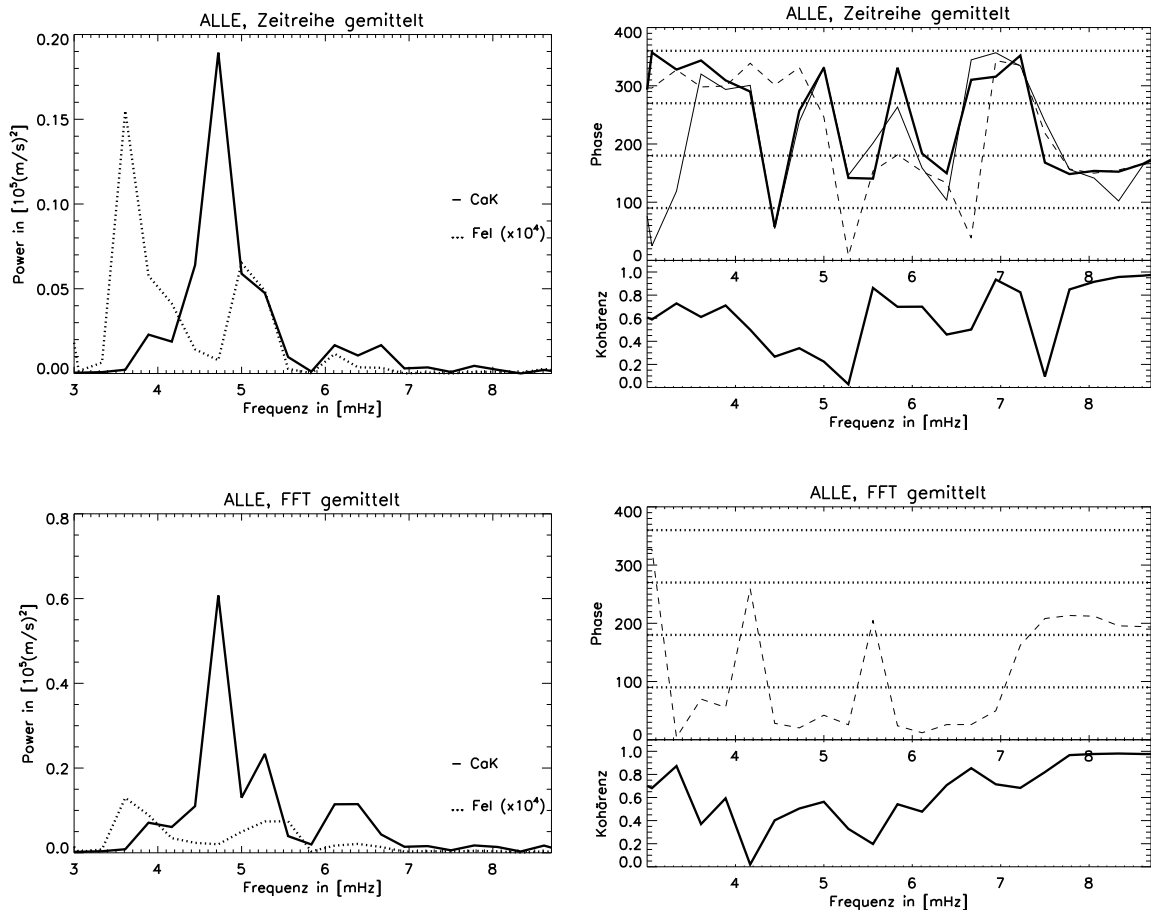


Abb. 3.7: Ergebnisse einer mittleren künstlichen Messreihe. Alle Messreihen aus Abb. 3.6 wurden gleichberechtigt gemittelt (oben), die Powerspektren wurden gemittelt (unten).

tritt am deutlichsten hervor, jeweils die Atmosphäre mit dem größten Beitrag: Bei CaK ist es STAUDE und bei FeI die von MALTBY. Weniger gut sind in diesem Fall die Kohärenzen, sie sind oft deutlich unter der Signifikanzschwelle. Nimmt man wieder die gestrichelte Linie, so sind, mit etwas Phantasie, aber immer noch 180° -Sprünge zu erkennen, wenn man bei der Kohärenz nicht so genau hinschaut.

3.3 Zusammenfassung

Aus den Simulationen ergeben sich folgende Ergebnisse:

- Die simulierten Spektrallinien zeigen deutlich die prognostizierte Höhenabhängigkeit der Geschwindigkeits-Powerspektren und geben dies bis auf eine Ausnahme gut wieder.
- Der chromosphärische Resonator (die erste Resonanz) ist nur in der chromosphärischen Linie zu erkennen.
- In den Phasenbeziehungen der Geschwindigkeiten verschiedener atmosphärischer Höhen sind bis auf einen Fall 180° -Sprünge vorhanden.
- Die gemittelten Spektren sind schwer zu interpretieren, zeigen jedoch auch Phasensprünge.

- Die Umwandlungskoeffizienten aus dem vorigem Kapitel zeigen das Powerspektrum in der Höhe $C_S \approx C_A$.
- Das bei $\log \tau_{500} \approx 0$ auftretende Verschwinden der Oberschwingungen des Resonators ist mit FeI 630.15 nm nicht zu beobachten.

Die Ausnahmen machen es nicht leicht zu behaupten, dass man für das Resonatormodell grundsätzlich einen 180-Grad-Sprung in den Phasen finden muss.

Es wird schwierig sein, Rechnungen dieser Art mit realen Messungen direkt zu vergleichen. Es sind nur qualitative Aussagen möglich. Für echte Sonnenfleckseismologie müsste man einen Sonnenfleck für eine längere Zeit (mehrere Stunden) in vielen Spektrallinien gleichzeitig beobachten und für jedes gemessene Powerspektrum eine passende Sonnenfleckatmosphäre erzeugen. Vielleicht gelingt es dann, Frequenzen und evtl. auch Phasen direkt zu vergleichen.

Kapitel 4

Beobachtungen

*Nur wenige können Meister sein, es muss auch
Sammler geben, die die Meister unterstützen.*

Autor unbekannt.

In diesem Kapitel wird mit Hilfe eigener Beobachtungen im FeI 630.15/25 nm Linienpaar auf ein weiteres, umstrittenes Gebiet eingegangen: Die Magnetfeldoszillationen.

4.1 Suche nach Magnetfeldoszillationen

Von beobachteten Magnetfeldoszillationen in Sonnenflecken berichteten erstmals [Moglievskij et al. \(1973\)](#). [Milanov \(1980\)](#) fand Oszillationen in zwei Flecken, jedoch keine in drei weiteren. [Gurman & House \(1981\)](#) beobachteten Perioden von 3 und 5 min, während [Bachmann \(1983\)](#) seine gemessenen Variationen den Einflüssen der Bildunruhe (engl. seeing) zuordnete. [Thomas et al. \(1984\)](#) fanden keine signifikanten Oszillationen. In den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts berichteten [Efremov & Parfinenko \(1996\)](#), [Horn et al. \(1997\)](#), [Rüedi et al. \(1998\)](#), [Norton et al. \(1998\)](#), [Norton & Ulrich \(1999\)](#), [Balthasar \(1999\)](#) und [Kupke et al. \(2000\)](#) über Oszillationen bei 3 und 5 min, hauptsächlich am Umbra-Penumbra Rand. Dagegen fand [Landgraf \(1997\)](#) nur ein verstärktes aber flaches Powerspektrum in einem Punkt in der Umbra und [Lites et al. \(1998\)](#) zweifelten ihre Resultate an, weil die Oszillationsamplitude zu klein war, um ein reales Signal zu sein: Sie fanden einen rms-Wert von 4 G, während andere Beobachter Oszillationen von bis zu 70 G sahen (siehe Tab. 4.1 S. 49). Eine neue (vielversprechende) Methode haben [Khomenko et al. \(2001\)](#) auf der THEMIS Konferenz in Rom vorgestellt. Sie wendeten auf ihre Daten eine Inversion mit dem Programm SIR ([Cobo & del Toro Iniesta 1992](#)) an. Der Code liefert unter Eingabe von polarimetrisch gemessenen Profilen von Spektrallinien höhenabhängige Atmosphärenparameter, welche sie in das MHD-Gleichungssystem steckten, um die resultierenden Magnetfeldschwankungen auszurechnen. Diese verglichen sie dann mit den ebenfalls von SIR ausgegebenen Magnetfeldern und kamen zu dem Schluss, dass den beobachteten Oszillationen im Zentrum der Umbra Opazitätsschwankungen¹ zu Grunde liegen, wobei die Oszillationen zum Umbra-Penumbra-Rand hin wirklichen Magnetfeldoszillationen mit einer Amplitude von bis zu 10 G zuzuordnen sind.

Neben dem letzten Erklärungsversuch, welcher Theorie und Beobachtung koppelt, gibt es noch weitere rein theoretische Ansätze. In [Lites et al. \(1998\)](#) finden sich Rechnungen, in denen die

¹Opazitätsschwankungen (etwa: (Un)Durchsichtigkeitsschwankungen) führen dazu, dass sich die Beobachtungshöhe in der Atmosphäre ändert. Da die Magnetfeldstärke mit ansteigender Höhe über der Sonnenoberfläche abnimmt, erhält man irrtümlich Magnetfeldschwankungen.

erwarteten Magnetfeldoszillationen im 5 min Bereich eine Stärke von 0.5 G haben. Aus Kapitel 2.9.3 dieser Arbeit ergeben sich für 3 min nur ≈ 0.04 G. Die kleinen Amplituden liegen wahrscheinlich an der Begrenzung der Rechnungen auf kleine k_{\perp} und würden sich bei Verbesserung der Methode vergrößern. Es ist somit sicher, dass die beobachteten Oszillationen nicht von einer Schwingung des Fleckes als Gesamtheit in der Grundschiwingung herrühren. Ein komplett anderer Ansatz wurde von Zhugzhda et al. (2000) vorgestellt. Es handelt sich dabei um eine magneto-akustische Analogie zur „Flüstergalerie“, die auch in einigen Gebäuden, meist unter Torbögen, zu beobachten ist: An manchen Stellen kann man weit entfernt stehende Personen flüstern hören, weil sich die akustischen Schwingungen an diesen Orten konstruktiv überlagern. Durch die Form des Flecks bilden sich stehende Wellen, was gerade am Umbra-Penumbra-Rand zu erhöhten Schwingungen führen kann. Das bedeutet aber, dass die speziellen Randbedingungen nicht bei jedem Fleck erfüllt sein müssen und vielleicht auch nur in kleinen Bereichen der Fleckenränder vorherrschen. Die von Zhugzhda gewählte Form ist ein ideal kreisförmiger Sonnenfleck. Aber auch Kreissegmente würden für diesen Effekt ausreichen.

4.1.1 Methoden der Beobachtung

Momentan werden zwei Messmethoden genutzt, um den Magnetfeldoszillationen auf die Spur zu kommen. Beiden gemeinsam ist, dass Zeitreihen von Spektrallinien aufgenommen werden. Bei der herkömmlichen Methode bedient man sich eines Spaltes, der einen kleinen Bildausschnitt durchlässt und zerlegt dahinter das Licht dieses Bereiches in einem Gitterspektrographen. Der Nachteil dieser Methode liegt darin, dass man nur einen ein-dimensionalen (1D) Bildausschnitt hat. Der sehr entscheidende Vorteil ist, dass man den gesamten Spektralbereich instantan, also gleichzeitig über alle Wellenlängen bekommt. Ein zwei-dimensionales (2D) Bildfeld erhält man erst durch schrittweises Verschieben des ausgewählten Spaltbereiches über die Sonnenoberfläche. Hierbei ist wichtig, dass das Bild der Sonne nicht stark unter dem Spalt wackelt, damit auch ortsaufgelöste Zeitreihen von verschiedenen Positionen auf der Sonnenoberfläche erstellt werden können und die räumlichen Feinstrukturen im Magnetfeld keine Oszillationen vortäuschen.

Die zweite und neuere Methode hat ein 2D-Bildfeld und nimmt in verschiedenen Wellenlängen entlang einer Spektrallinie jeweils das komplette Bildfeld auf. Vor dem Detektor befinden sich dabei durchstimmbare Filter, deren Durchlassbereich zyklisch geändert wird (z.B. das Fabry-Perot Interferometer FPI der Universitätssternwarte Göttingen: Bendlin et al. (1992), Bendlin & Volkmer (1995); MDI auf SOHO: Scherrer et al. (1995)). Den Vorteil des 2D-Bildfeldes der zweiten Methode erkauft man sich durch den großen Nachteil, das Linien-Spektrum nicht zeitgleich aufzunehmen, sondern in einem Zeitraum von mehreren Sekunden (z.B. 20 Sekunden). Dadurch erhält man ein Übersprechen des Geschwindigkeitssignals in das Magnetfeldsignal in einer Größenordnung, die denen der behaupteten Magnetfeldoszillationen entspricht (siehe Anhang B). Es ist also meiner Ansicht nach durchaus nicht nachgewiesen, dass die von MDI und FPI beobachteten Oszillationen real sind, zumal Norton et al. (1998), Norton & Ulrich (1999) zwischen $(v, \delta B)$ eine Phasendifferenz von -90° berichten, deren Ursprung noch ungeklärt ist.

In dieser Arbeit wurde die erste Methode mit Spalt und Spektrograph genutzt.

4.1.2 Methoden der Auswertung

Es gibt (leider) so viele Methoden zur Auswertung der beobachteten Daten wie es Beobachter gibt. Das macht Vergleiche recht schwierig und führt oft zu Missverständnissen. Notwendig wäre im Grunde, dass verschiedene Beobachter *denselben* Datensatz mit jeweils ihrer Vorgehensweise auswerten, das jedoch scheint utopisch.

Die Zeitreihenauswertung geschieht mit einer Frequenzanalyse. Abgesehen von der unterschiedlich durchgeführten Vorverarbeitung (Trendbereinigung, Fenster bei der Fourier-Transformation, ...) gibt es auch bei der Darstellung der Ergebnisse erhebliche Unterschiede. Ein ungelöstes Problem stellt dabei das Rauschen bzw. der Untergrund in der Messung dar. Hier existiert kein einheitliches Konzept. Nach [Schultz & White \(1974\)](#) gibt es zwei Arten von Rauschen: Für niedrige Frequenzen (f) ist das Rauschen proportional $1/f$, das beinhaltet die Seeing-Effekte, Wolken und Bildbewegung. Für hohe Frequenzen findet man ein weißes (frequenzunabhängiges, gleichmäßiges) Rauschen, das zufälligen Effekten zuzuordnen ist. Vor allem das farbige Rauschen ist schwierig zu bestimmen und wird im Allgemeinen ignoriert.

Wie nun das (weiße) Rauschen in die Darstellung eingeht, hängt vom jeweiligen Beobachter ab. Zum Teil wird es einfach abgezogen, was eigentlich nicht viel bringt, da es oft sogar eine Größenordnung kleiner ist und sich damit am Ergebnis nichts ändert. Andere normieren auf das Rauschen, auch dies sagt letztendlich nicht viel über die Signifikanz der dargestellten Oszillationen aus. In dieser Arbeit wird die Methode von [Groth \(1975\)](#) bevorzugt, die mittels des weißen Rauschens eine Aussage über die Signifikanz eines Peaks im Powerspektrum macht (siehe dazu Abschnitt 4.2.4). Alle nach dieser Methode nicht signifikanten Schwingungen werden ignoriert. Dies verändert natürlich die Übersichtskarten bei der Suche nach Oszillationen erheblich. Denn andere Autoren stellen einfach ihre auf das Rauschen normierten und über einen Frequenzbereich gemittelte Power dar, und die ist selbstverständlich überall vorhanden. Hier verschwindet die Aussage, ob man es nun wirklich mit periodischen Schwingungen zu tun hat, gänzlich.

Ein weiterer kritischer Punkt ist die Aussage über die Amplitude der Oszillation. Manche geben die mittlere quadratische Schwankung (RMS) über die gesamte Zeitreihe an, andere mitteln den RMS über den gewählten Frequenzbereich, und mitunter wird eine Amplitude ($\text{RMS} \cdot \sqrt{2}$ bei harmonischen Schwingungen) angegeben. Es erscheint recht willkürlich. Die hier gewählte Methode ist ebenfalls in Abschnitt 4.2.4 beschrieben.

4.2 Beobachtungen

Die Beobachtungen wurden im Juni 2000 mit dem HAO/NSO Advanced Stokes Polarimeter (ASP; [Elmore et al. \(1992\)](#), [Lites \(1996\)](#)) am NSO Dunn Solar Telescope (DST; [Dunn \(1969\)](#), [Zirker \(1998\)](#)), Sacramento Peak, New Mexico, USA, durchgeführt². Ein „spot tracker“ wurde benutzt, um die Bildbewegung zu reduzieren. Durch wiederholtes Verschieben des Spektrographenspaltes in Ost-West Richtung über Sonnenflecken wurden Zeitreihen aufgenommen (siehe Abb. 4.1). Dabei wurden jeweils 12 Schritte (= 1 Scan) mit einer Schrittweite von 0.52 Bogensekunden innerhalb einer Minute durchgeführt. Entlang des Spaltes (Nord-Süd-Richtung) betrug die Bildskala 0.37 Bogensekunden pro Pixel, sodass das gesamte Bildfeld 6.24×75 Bogensekunden² betrug. Der Spalt war 0.6 Bogensekunden breit, und die Integrationszeit pro Stokes-Spektrum betrug 2.1 Sekunden. Es wurde jeweils der volle Stokes-Vektor der Linien FeI 630.15/25 nm mit g -Faktoren 1.67 bzw. 2.5 aufgenommen. Abb. 4.2 zeigt ein Beispielspektrum. Im oberen Intensitätsbild (Stokes- I) sind deutlich die zwei senkrechten ungestörten terrestrischen Sauerstofflinien zu sehen. Bei den Eisenlinien ist die Aufspaltung im Fleck sichtbar, und auch der Evershed-Effekt ist in der Penumbra erkennbar.

Zur Analyse wurden zwei Zeitreihen herangezogen, deren Parameter in Tabelle 4.2 zusammengefasst sind. Abb. 4.4 (S. 56) und 4.11 (S. 61) zeigen jeweils ein Übersichtsbild der Sonnenflecken, die beobachtet wurden. Die zwei senkrechten Linien in jedem Bild markieren den Bereich, in dem eine Zeitreihe aufgenommen wurde. Das Bild des Flecks vom 10. Juni zeigt eine weiße Stelle an

²Internet: [DST](#), [ASP](#)

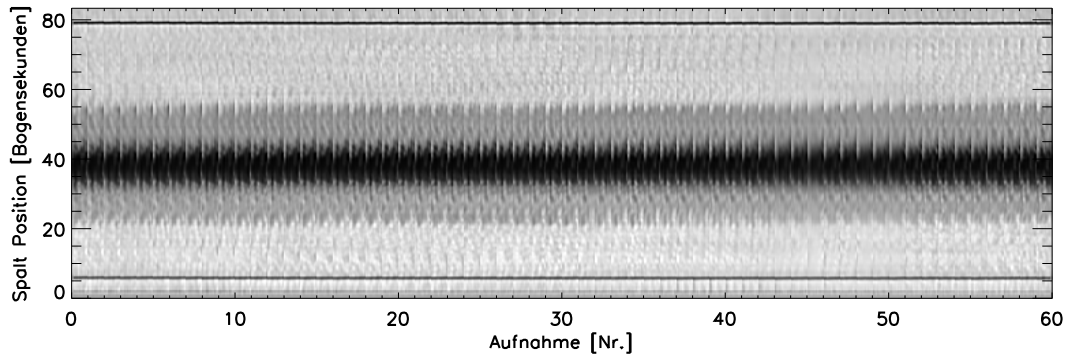


Abb. 4.1: Zeitreihenaufnahme von AR 9036, gewonnen am 15. Juni 2000 mit dem ASP. Es wurde in jeweils 12 Schritten wiederholt der gleiche Bereich des Sonnenflecks abgetastet. Dafür brauchte das ASP im Schnitt 60.86 s, sodass die gesamte Zeitreihe etwas mehr als eine Stunde umfasst.

den 3 Aufnahmeschritten, an denen der „spot tracker“ aufgrund der durch die Erdatmosphäre verursachten Bildunruhe die Orientierung verloren hat³.

Es handelte sich um zwei voll ausgebildete kleinere Sonnenflecken mit gut entwickelter Umbra, wobei in AR 9034 eine Lichtbrücke zu sehen war und AR 9036 eine ruhigere Natur zeigte.

Tag	AR	Position	$\cos\theta$	Zeit	Scans	Δt
06/10	9034	10S 21E	0.92	13:24	60	65.32
06/15	9036	23S 08W	0.90	13:42	109	60.86

Tab. 4.2: Tag der Beobachtung; Sonnenfleck Nummer; Position in solarer Breite und Länge; Abstand vom Sonnenzentrum; Startzeit der Beobachtung (UT); Anzahl der Scans; Δt : mittlere Zeit pro Scan.

Parallel wurden noch CaK-Spektren aufgenommen, die jedoch mangels eines passenden Vorfilters mit einem leider zu engen Vorfilter durchgeführt wurden. Im Bereich der Umbra sind die Daten nicht verwertbar. Es fand sich jedoch ein Punkt am Umbra-Penumbra-Rand,

den man zu Demonstrationszwecken nutzen konnte. Aus diesem ist nach Dunkelstrom- und Flat-Field-Korrektur sowie einer Korrektur wegen des zu engen Filters Abb. 1.6 (S. 5) entstanden. Der beabsichtigte Vergleich, mit der in den vorigen Kapiteln entwickelten theoretischen Überlegungen, konnte nicht stattfinden.

Anmerkungen zu den Abbildungen

In den Abbildungen 1.2, 1.4, 4.1, 4.4, 4.11 und dem Stokes- I Signal von Abb. 4.2 wurde aus bildungstechnischen Gründen der Kontrast verstärkt. Dies erfolgte durch Abzug des über jeweils 5 Pixel gemittelten und mit dem Faktor 0.7 multiplizierten Bildes. Weiterhin war es notwendig, Abb. 1.4 als Bildschirmkopie einzubinden, da sie bei der direkten Ausgabe im Postscript-Format grober gerastert erschienen als z.B. Abb. 4.5.

³Wie Abb. 1.2 zeigt, bleibt ein recht vernünftiges Bild erhalten, wenn man diese Aufnahmeschritte einfach ausblendet.

Artikel	fov	Methode	Instrument	B [G]	Bereich	Kommentare
Moglievskij et al. (1973)	?	(l-m)	IZMIRAN vec. magn.	k.A.	Umbra	
Schultz & White (1974)	1D	(al-IV)	DST-Echelle spectr.	–		<36G Rauschen
Milanov (1980)	?	(l-m)	Kazakstan	5-30	?	
Gurman & House (1981)	1D	(af-IQUV)	HAO-SP	k.A.	zentrale Umbra	
Bachmann (1983)	1D	(al-m)	magn. Einsteinturm	–	Umbra	durch seeing
Thomas et al. (1984)	1D	(al)	DST-Echelle spectr.	–		
Efremov & Parfinenko (1996)	1D	(al-m)	Pulkovo imag. magn.	k.A.	ganze Umbra	Umbra in Phase
Horn et al. (1997)*	2D	(cd-IV)	FPI, VTT Tenerife	-30**	lokalisiert	** aus Zeitreihe abgeschätzt, rms
Landgraf (1997)	2D	(b-IV)	GCT	–		Streulicht
Rüedi et al. (1998)*	2D	(d-m)	SOHO-MDI	6.4	lokalisiert	rms, Phase ($v, \delta B$) 63°
Lites et al. (1998)	1D	(af-IQUV)	DST-ASP	–	Umbra	<4G rms
Norton et al. (1998)*	2D	(d-m)	SOHO-MDI	k.A.		Phase ($v, \delta B$) -90°
Norton & Ulrich (1999)*						
Balthasar (1999)*	2D	(cd-I)	FPI, VTT Tenerife	40-70	Umbra-Penumbra Rand	rms
Kupke et al. (2000)	2D	(bf-IQUV)	Mees spectrograph	22	Umbra-Penumbra Rand	rms
Rubio et al. (2000)	1D	(af-IQUV)	Tenerife Infrared Polarimeter	–		Opazitätsschwankungen
Khomenko et al. (2001)	1D	(af-IQUV)	Tenerife Infrared Polarimeter	10	Umbra-Penumbra Rand	Amplitude
diese Arbeit	2D	(bf-IQUV)	DST-ASP	-8.8	lokalisiert	Amplitude

Tab. 4.1: Beobachtungen von Magnetfeldoszillationen. Die mit (*) markierten Arbeiten sind meiner Meinung nach ausreichend geprüft, siehe dazu Anhang B. Für jede Beobachtung ist das Gesichtsfeld (fov) bezeichnet; die Methoden sind wie folgt kodiert: (a) konstante Spalt Position, (b) räumliches Verschieben des Spaltes für 2D, (c) Messen an verschiedenen Wellenlängenpunkten, (d) volles räumliches Feld, (m) Magnetograph, (l) longitudinales B Feld, (f) komplettes B Feld; der Name des Instrumentes ist gegeben (magn. = Magnetograph); die gemessene Amplitude der Magnetfeldoszillationen in Gauss: – keine signifikante Amplitude, k.A. Oszillation vorhanden, aber keine Angabe der Amplitude; Bereich der beobachteten Oszillation und weitere Kommentare: rms Amplitude in mittlere quadratischer Schwankung gegeben.

4.2.1 Datenkalibration

Die Datenkalibration wurde entsprechend der von Skumanich et al. (1997) beschriebenen Vorgehensweise durchgeführt. Es existiert ein komplettes Software Paket zur Durchführung der Kalibration bis hin zur Inversion. Eine deutsche Erläuterung hierzu und zum Versuchsaufbau findet sich in Sigwarth (1999, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau). Hier nur eine kurze Zusammenfassung: Die Aufnahme beim ASP findet gleichzeitig in zwei Kanälen (S_m^A , S_m^B) auf CCD-Chips statt, in denen jeweils der volle Stokesvektor aufgenommen wird (Abb. 4.2). Für beide Kanäle muss jeweils die Korrektur bis zur Gain-Tabelle getrennt durchgeführt werden. Danach werden beide Kanäle zusammengeführt und mit Kenntnis der Polarimeter- und Teleskopeigenschaften korrigiert.

Dunkelstromkorrektur

Zur pixelweisen Dunkelstromkorrektur (engl. darks, bzw. bias) der CCD-Chips werden diese mehrmals unbelichtet ausgelesen und gemittelt: D_{ij} . Die Indizes stehen für die jeweiligen Pixel des CCD-Chips in Spalte und Reihe.

Flat-Field

Um den Einfluss von Verschmutzungen und Abschattungen im Strahlengang zu eliminieren, werden sogenannte Flat-Fields aufgenommen. Dazu wird der CCD-Chip mit einem strukturlosem Licht ausgeleuchtet: Das Teleskop bleibt im Fokus. Um die spektrale Information bei der Aufnahme zu minimieren, wird das Gitter leicht in einen benachbarten linienarmen Bereich gedreht. Die Ausrichtung des Teleskops auf der Sonnenoberfläche wird schnell und zufällig geändert (Random-Walk), während eine Reihe von Aufnahmen durchgeführt werden. Hierbei wird darauf geachtet, dass das Teleskop bei seinem Random-Walk keine aktive Region trifft. Die restliche spektrale Information wird durch Teilen der gemittelten Aufnahme durch ihr mittleres spektrales Intensitätsprofil eliminiert. Am Ende erhält man das Flat-Field F_{ij} .

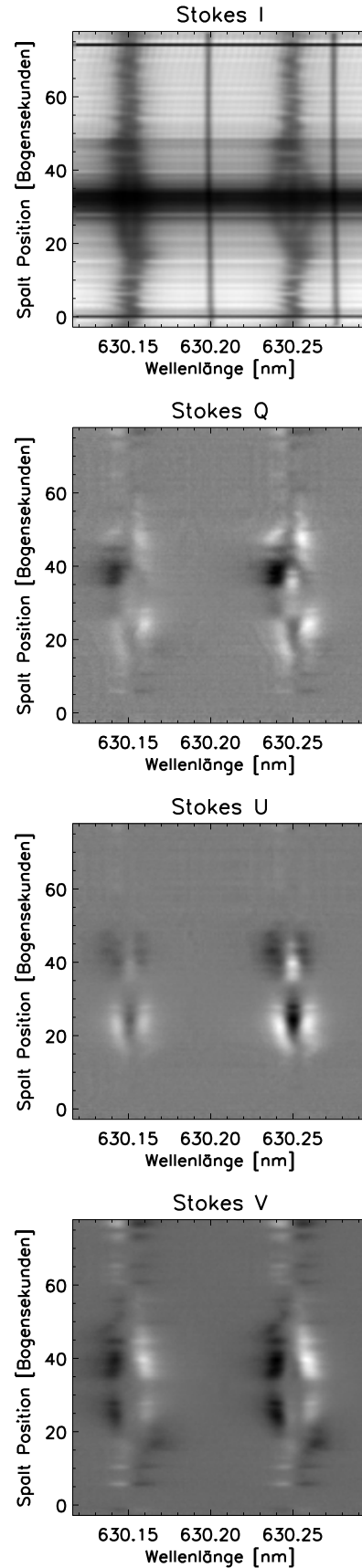


Abb. 4.2: Gemessene Stokes Profile.

Gain-Tabelle

Die Korrektur der Roh-Daten der einzelnen Kanäle erfolgt durch Multiplikation mit der jeweiligen Gain-Tabelle:

$$G_{ij} = \frac{\frac{1}{N} \sum_i \sum_j (F_{ij} - D_{ij})}{(F_{ij} - D_{ij})}$$

wobei N die Anzahl der Pixel ist. Vorher wird von den Rohdaten ebenfalls der Dunkelstrom D_{ij} abgezogen.

Polarimeter Response

Die intrinsischen polarisierenden Eigenschaften des Polarimeters werden durch Ermitteln der Polarimeter Response X reduziert. Dazu wird das Teleskop defokussiert und ein Random-Walk unter Ausschluss aktiver Regionen durchgeführt, während eine Reihe von Aufnahmen mit verschiedenen Polarisatoren vor dem Polarimeter durchgeführt werden.

Teleskop Müller Matrix

Die Polarisierungseigenschaft des Teleskops wird über die Müller-Matrix T korrigiert. Wobei in jedem Datensatz-Kopf der gemessenen Daten, das Datum und die Uhrzeit sowie die Spiegelstellungen mitgeschrieben werden und bei der Korrektur berücksichtigt werden. Die Teleskop-Müller-Matrix wird nach jeder Neubelegung des Hauptspiegels ermittelt. Es wurden die Werte von Mai 1998 genutzt. Das komplette Teleskop ist samt den Spiegeln, die das Licht hineinleiten, evakuiert (Turret-System). Die Änderungen der instrumentellen Polarisierung sind so über lange Zeiträume recht gering.

Gesamte Kalibration

Vor der Korrektur der Polarimeter-Response und den Teleskopeigenschaften werden die beiden jeweils getrennt mit Gain und Dark korrigierten Kanäle zusammengeführt. Dies geschieht automatisch, wobei die beiden terrestrischen Sauerstofflinien und die zwei Haarlinien oben und unten im Spektrum genutzt werden. (siehe Abb. 4.1 und 4.2 oben). Die Haarlinien wurden durch zwei Drähte erzeugt, die vor dem Spalt angebracht waren. Die komplette Kalibration sieht dann wie folgt aus:

$$\vec{S} = T^{-1} X^{-1} [((S_m^A - D_{ij}^A)G_{ij}^A + (S_m^B - D_{ij}^B)G_{ij}^B) * 0.5]$$

Ergebnisse der Kalibration der gemessenen Daten

Die Standardabweichung des Rauschens im Kontinuum von Stokes V , Q und U beträgt etwa $1 \cdot 10^{-3} I_c$. Dieser Wert ist 3x schlechter, als es im Allgemeinen mit dem ASP erreicht wird. Während der Beobachtungszeit sind immer wieder Probleme aufgetreten, so wurde z.B. eine (unwichtige) CCD für die Aufnahme des Spaltbildes komplett abgestellt, da sie das gesamte System bremste. Öfters wurden Pausen wegen eines fehlerhaft laufenden Schrittmotors erzwungen. Es ist daher durchaus möglich, dass weitere unbekannte kleine Fehler diesen - relativ großen - Fehler begünstigten. Das Übersprechen zwischen linearer und zirkularer Polarisierung ist bis auf 1% korrigiert. Das Übersprechen von I zu Q , U und V ist kleiner.

4.2.2 Inversion

Um schließlich physikalische Parameter zu bekommen, wird eine Inversion der gemessenen Stokes-Profile durchgeführt: Man erhält den Betrag der magnetischen Feldstärke B , den Azimut ϕ sowie die Neigung des Feldvektors bzw. die Inklination γ , wobei $\gamma = 180^\circ$ senkrecht zur Sonnenoberfläche definiert ist und eine Feldneigung mit Absenkung des Inklinationswertes zu finden ist. Im Programmpaket für das ASP ist die HAO Inversion enthalten. Einen Überblick über die HAO Inversion gibt die Arbeit [Skumanich et al. \(1996\)](#), genauere Beschreibungen sind in [Skumanich & Lites \(1987\)](#), [Lites & Skumanich \(1990\)](#) und [Skumanich et al. \(1994\)](#) zu finden. Es handelt sich um ein auf das Linienpaar FeI 630.15/25 nm angepasstes Inversionsverfahren, dem eine analytische Lösung anhand der Milne-Eddington-Atmosphärennäherung zu Grunde liegt. Für die hier durchgeführte Inversion wurde ein 2-Komponenten-Modell verwendet, es wird also eine magnetische und eine nicht magnetische Atmosphärenkomponente angenommen. Alle Parameter außer der Quellfunktion sind konstant entlang der Sichtlinie. Für diese FeI-Linien wurde von [Bruls et al. \(1991\)](#) nachgewiesen, dass diese vereinfachte Sichtweise eine gute Beschreibung der realen solaren Zustände liefert. Die insgesamt 9 freien Parameter werden mit einer nichtlinearen Methode der kleinsten Quadrate iterativ angepasst, und für jeden Parameter wird eine Standardabweichung angegeben⁴. Es wurden nur Daten invertiert, deren Mindestpolarisation $P = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}/I_c > 0.4\%$ erreichte. Die aus der Inversion folgenden Werte beziehen sich auf die Beobachtungssichtlinie und könnten noch auf ein lokales Koordinatensystem der beobachteten Region umgerechnet werden. Darauf wurde aber verzichtet, da es bei der Suche nach Oszillationen nur auf Relativwerte ankommt. Die Geschwindigkeitsoszillationen wurden aus der Relativposition von FeI 630.15 nm zu der nebenliegenden terrestrischen Sauerstofflinie bestimmt.

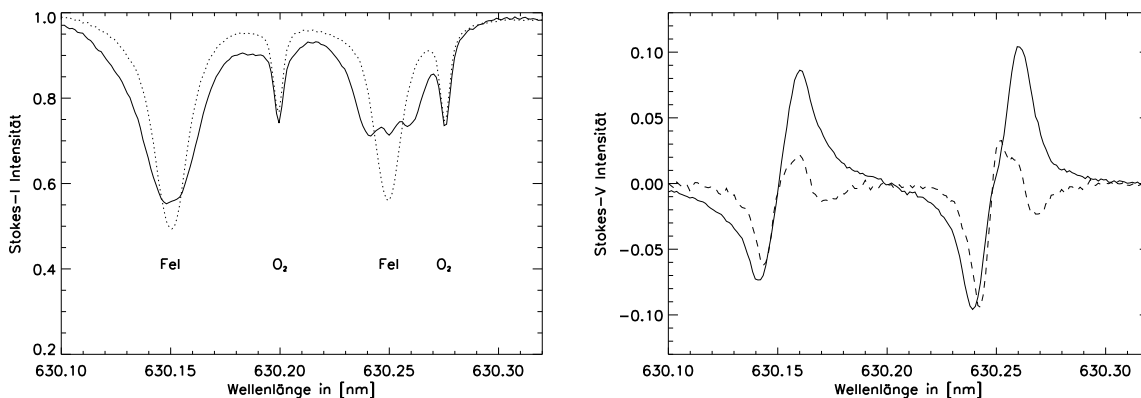


Abb. 4.3: Links: Intensitätsspektrum in der Umbra (durchgezogene Linie) und in der ruhigen Sonne (gepunktet); rechts: Stokes-V in der Umbra (durchgezogen) und an einer Stelle in der Penumbra (gestrichelt), an der sich die Polaritäten umkehren.

Fehlermöglichkeiten

Fehler können bei der Inversion z.B. durch Änderung der Dispersion des Spektrometers während der Messung auftreten, da sie für die Zeitreihen als konstant angesetzt wird. Die Dispersion ($11.99 \text{ m}\text{\AA}/\text{Pixel}$) wurde aus den zwei terrestrischen Sauerstofflinien (siehe Abb. 4.3 links) ermittelt. Die Schwankungen am 10. Juni (15. Juni) hatten eine Stärke von ca. 0.7 (0.3) Promille. Das führt zu Fehlern im Magnetfeld bei voller Aufspaltung von $<2 \text{ G}$ ($<1 \text{ G}$). Es wurden keine signifikanten Regelmäßigkeiten bei der Variation der Dispersion gefunden.

⁴Diese von der Inversion angegebenen Fehler fallen so groß aus, dass man eine oszillationsfreie Gerade, die sich immer innerhalb der Fehlergrenzen bewegt, durch eine gesamte Zeitreihe ziehen könnte.

In der Penumbra treten mitunter stark asymmetrische oder auch, im Umkehrpunkt der Magnetfeldrichtung, aus zwei Komponenten zusammengesetzte V-Profile auf (siehe Abb. 4.3 rechts), die von der auf ausschließlich symmetrische Profile ausgerichteten Inversion falsch angepasst werden. Für die Penumbra müssen mindestens zwei magnetische Komponenten angenommen werden, wenn nicht kompliziertere Modelle vonnöten sind (Schlichenmaier et al. 2001). Es wird also im Folgenden auf die Interpretation der Penumbra verzichtet.

Streulicht und polarisiertes Streulicht könnten die Stokes-Profile beeinflussen, da auf das Kontinuum normiert wird. Wenn die Kontinuumsintensität durch Streulicht ansteigt, führt dies zu kleineren Stokes Q, U, V -Amplituden, was z.B. zu einer verringerten magnetischen Feldstärke führen kann, da nicht ausschließlich die Aufspaltung der Linie die Feldstärke bestimmt. Die Inklination könnte davon in gleicher Weise betroffen sein. Jedoch wird bei der Inversion eine nicht-magnetische Komponente einbezogen, diese sollte den Effekt gering halten.

Die schon erwähnten Opazitätsschwankungen bieten eine weitere Möglichkeit, Magnetfeldoszillationen vorzutäuschen. Da in der Photosphäre mit zunehmender Tiefe die Temperatur ansteigt, sollte bei Sicht in tiefere Schichten die Kontinuumsintensität ebenfalls ansteigen. Das geht dann Seite an Seite mit einem Anstieg der Magnetfeldstärke und der Aufrichtung des Feldvektors. Die Opazitätsschwankungen sollten aber von Geschwindigkeitsoszillationen begleitet sein, da sie die nötigen Dichteänderungen in der Atmosphäre liefern.

4.2.3 Bildverschiebungen

Nach der Inversion werden die Zeitreihen (Abb. 4.1) weiter bearbeitet. Um kleine Bildverschiebungen zwischen den einzelnen Sonnenfleckaufnahmen zu korrigieren, werden die Verschiebungen für die Spektroheliogramme (Kontinuumaufnahmen) bis zur maximalen Korrelation zwischen dem jeweiligen Bild und dem ersten Bild der Zeitreihe ermittelt, und auf alle anderen Werte (Magnetfeld, Azimut, Inklination und Geschwindigkeit) angewandt. Dabei wird nur der Fleck betrachtet, die horizontalen Haarlinien werden ausgeblendet. Ein geringer Trend in Nord-Süd-Richtung wurde in den Daten vom 10. Juni (15. Juni) gefunden: Maximal 1.4 (1) Pixel oder 0.5 (0.37) Bogensekunden über die jeweilige Zeitreihe. In Ost-West-Richtung liegt die maximale Verschiebung bei 0.2 (0.3) Pixel bzw. 0.074 (0.11) Bogensekunden. Die Bildverschiebungen wurden ebenfalls einer Frequenzanalyse unterzogen, um eventuelle Regelmäßigkeiten zu erkennen, die jedoch durch die Korrektur eliminiert sein sollten (siehe Abb. 4.6 S. 57, Abb. 4.13 S. 62 rechts). Es sind durchaus einzelne Frequenzen zu erkennen, diese sind jedoch nicht mit den in der mittleren Umbra gefundenen vergleichbar (Abb. 4.6, 4.13 links). Nicht korrigiert wurden höhere Ordnungen der Bildverzerrungen.

Simulation der Bildbewegung

Der Einfluss der Bildbewegung wurde untersucht. Dabei wurde das Referenzbild, gegen das alle Bildbewegungen ermittelt wurden, genommen und genau diesen Bildbewegungen unterzogen, um eine künstliche Zeitreihe zu erstellen. Tab. 4.4, 4.5 (S. 55 bzw. S. 61) enthalten die Größen, die ein reines Bildwackeln erzeugen kann, ohne dass eine physikalische Bewegung auf der Sonne vorliegt. Es zeigt sich, dass die simulierten mittleren quadratischen Schwankungen i.A. unter den realen (korrigierten) Schwankungen liegen, im Extremfall diese jedoch erreichen können. In Abb. 4.5, 4.12 links (S. 57 bzw. S. 62) sind die Quadratmittel (RMS) der Oszillationen ortsaufgelöst gezeichnet. Das rechte Bild zeigt jeweils die gleiche Übersicht der Simulation. Im Vergleich mit Abb. 4.4, 4.11 sieht man, dass in der Simulation große RMS-Werte in Bereichen starker Gradienten auftreten, während dieser Effekt bei der gemessenen Zeitreihe unterdrückt ist.

4.2.4 Suche nach Oszillationen

Bei der Suche nach Oszillationen in Sonnenflecken wird wie im vorigen Kapitel die Fourier-Transformation (FFT) eingesetzt. Die Einmaligkeit der Messung und der Wunsch nach Ortsauflösung stellen dabei ein Problem dar. Wegen des ersten Umstands kann man eine Messung am gleichen Sonnenfleck nicht wiederholen, weil sich der Fleck ständig entwickelt und damit ändert. Weiterhin kann man sicher sein, dass nicht der gesamte Fleck einheitlich schwingt (vgl. Abb. 1.4 S. 3), eine Mittelung über den gesamten Fleck ist also wenig aussagekräftig. Damit verhindert die zweite Einschränkung eine Mittelung über eine große Zahl von Powerspektren und damit Absicherung gegenüber zufälligen Peaks in Powerspektren bei kurzen Zeitreihen. Ein weiteres Problem stellt das Interesse an der Stärke der Oszillation dar (z.B. um wieviel Gauss schwingt das Magnetfeld um einen Mittelwert?). Für die hiesige Auswertung werden also nicht perfekte Standardmethoden verwendet. Die Zukunft wird zeigen, ob man nicht lieber anderen Methoden (z.B. der Wavelet-Analyse wie in Rendtel 2001, Universität-Potsdam) vertraut.

Vor der FFT wird die Zeitreihe auf äquidistante zeitliche Abstände interpoliert. Um ein Überspringen bei der Interpolation zu vermeiden, wird linear interpoliert. Das reduziert insgesamt etwas die Amplituden. Die zwei Zeitserien vom 15. Juni werden ebenfalls auf diese Weise zusammengesetzt. Weiterhin wurde eine Trendbereinigung durchgeführt: Dazu wurde ein Polynom 4. Ordnung angepasst und abgezogen. Danach wurde jede Zeitreihe durch ihren verbliebenen RMS-Wert geteilt. Weiterhin wurde eine Fensterfunktion auf die Zeitreihe angewandt, d.h. die ersten und letzten 10% der Zeitreihe wurden mittels einer halben Kosinus Funktion auf null abgesenkt. Generell wird empfohlen (Press et al. 1992), dieses Fenster über die gesamte Zeitreihe zu legen. Da die Zeitreihen jedoch sehr kurz sind und damit wichtige Anteile unter den Tisch fallen, wurde nur dieses vergleichsweise kleine Fenster gewählt.

Die 99% Signifikanz der einzelnen 'Peaks' in den Powerspektren wurde mit der Methode von Groth (1975) ermittelt. Dazu ist die Definition eines weißen Rauschen nötig. Das weiße Rauschen wurde durch Mittelung über alle gemessenen Werte der Frequenzen über 6.5 mHz berechnet. Die Frequenzbereiche wurden wie in Tab. 4.3 gezeigt eingeteilt.

Bereich	Start	Ende
5 min	2 mHz	3.5 mHz
3 min	3.5 mHz	6.5 mHz
Rauschen	6.5 mHz	Nyquist

Tab. 4.3: Definition der Frequenzbereiche.

Der Signifikanzbereich wurde auf den über alle Spektren gemittelten Signifikanzniveau festgelegt. Falls das Rauschen in einer Zeitreihe stärker als das mittlere Rauschen war, wurde es gesondert behandelt und der Signifikanzbereich wurde für diese Zeitreihe angepasst. Die Powerkarten (Abb. 4.7 S. 58, Abb. 4.14 S. 63) geben die Stärke des stärksten Peaks im Powerspektrum im betrachteten Frequenzbereich über dem Signifikanzlevel an. Je weiter die Marke überschritten wird, desto dunkler erscheint es auf der Karte. Das sehr häufig auftretende Weiß bezeugt, dass hier keine signifikante Schwingung gefunden wurde.

Um die Statistik etwas zu verbessern, wurde eine zweite Powerkarte angefertigt, bei der die Powerspektren jeweils über vier Pixel gemittelt wurden. Das jeweils linke Pixel in einem Bild wurde nur über zwei Pixel gemittelt (Abb. 4.7, 4.14 rechts). Es zeigt sich, dass gleich sehr viele Bereiche ihre signifikanten Schwingungen verlieren.

Die Angabe von Amplituden ist heikel. Sie kann nicht aus Powerspektren gewonnen werden, bei denen eine Fensterfunktion über die Zeitreihen gelegt wurde, da diese die Amplituden stark verkleinert. Für diesen Zweck wurden jeweils nochmals FFT's ohne die genannte Fensterfunktion durchgeführt.

In einzelnen Beispielen wurden Zeitreihen einzelner signifikanter Peaks in den Powerspektren untersucht und nach Korrelationen zwischen den verschiedenen Parametern gesucht. Dabei wurde Pearsons linearer und Spearmans Korrelationskoeffizient angegeben (Press et al. 1992). Pearson

gibt Werte zwischen -1 und 1 aus, wobei Werte nahe bei -1 und 1 für vollständige negative bzw. positive Korrelation stehen und Werte um null für unkorrelierte Reihen ausgegeben werden. Für den Spearman Koeffizienten gibt es zusätzlich eine Signifikanzangabe, die kleine Werte ($\ll 1$) für hohe Signifikanz und größere Werte (bis 1.0) für geringe Glaubwürdigkeit angibt. Bei den Darstellungen der Zeitreihen wurde das Kontinuum immer mit -1 multipliziert, da so der in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Effekt deutlicher zu sehen ist.

4.2.5 Ergebnisse vom 10. Juni 2000

In diesem Abschnitt sind alle Grafiken zum genannten Tag zusammengefasst. Die Diskussion zu den verschiedenen Abbildungen erfolgt auch in den Bildunterschriften. Hier wird nochmal auf wichtige Einzelpunkte eingegangen. Am Ende erfolgt eine Zusammenfassung.

In Abb. 4.4 ist links der beobachtete Sonnenfleck dargestellt. Eine Zeitreihe von 60 Scans in Abständen von 65.32 s mit jeweils 12 aufeinanderfolgenden Positionen wurde über den durch zwei senkrechte Linien markierten Bereich durchgeführt. Der Sonnenfleck enthält eine Lichtbrücke, die auch bei Mittelung über die gesamte Zeitreihe noch zu erkennen ist (Abb. 4.4 rechts). Die folgenden Darstellungen Abb. 4.4 rechts, 4.5 und 4.7 zeigen ausschließlich den Umbra-Penumbra-Bereich, die ruhige Sonne liegt außerhalb der Abbildungen. Die Umbra-Penumbra-Grenze ist in diesen Abbildungen jeweils durch eine dünne Linie markiert. Die folgende Auswertung beschränkt sich auf die Umbra. Tab. 4.4 zeigt die Werte für Magnetfeld und die mittleren quadratischen Schwankungen der Zeitreihen der Messungen sowie der Simulation in der Umbra. Sie geben auch gleich ein Gefühl für die Graustufen in den Abb. 4.4 und 4.5.

Die Maximalwerte der (Bildunruhe-) Simulation liegen durchaus im Bereich der gemessenen Zeitreihe, damit ist es im Prinzip möglich, dass manche Magnetfeldänderungen nur durch Seeing beeinflusst sind, da höhere Ordnungen der Bildunruhe nicht korrigiert wurden. Bei der Simulation liegen gezwungenermaßen die größten RMS-Werte in Bereichen starker Gradienten, das macht ein Vergleich von Abb. 4.4 rechts und 4.5 rechts deutlich. Bei den RMS-Werten der realen Zeitreihe (Abb. 4.5 links) ist dies unterdrückt. Das Powerspektrum der Bildbewegung (Abb. 4.6 rechts) weist auch signifikante Schwingungen auf, die jedoch in den Zeitreihen herauskorrigiert sind. Das über die gesamte Umbra gemittelte Powerspektrum (Abb. 4.6 links) ist für alle Größen außer der Geschwindigkeit glatt. Der Fleck als Einheit zeigt also keine Schwingungen in Kontinuumsintensität, Magnetfeld und Inklination, wohl aber ist eine Geschwindigkeitsoszillation in 5 min als auch in 3 min zu erkennen.

	AR 9034 / 10. Juni			AR 9034 / Simulation		
	Maximum	Minimum	Mittel	Maximum	Minimum	Mittel
B [G]	2503	1765	2103			
B_{RMS} [G]	33.8	7.39	17.2	22.35	1.52	7.36
ψ_{RMS} [°]	2.06	0.47	0.95	1.32	0.02	0.53
I_{RMS} [Zähler]	217.3	19.5	79.1	111.2	3.14	30.2
v_{RMS} [$\frac{m}{s}$]	144.0	73.9	112.5	110.6	0.53	9.12
v_{RMS} [$\frac{m}{s}$]	467.7	211.9	323.0	125.6	2.34	37.8

Tab. 4.4: Die Tabelle zeigt die mittlere quadratische Schwankung der Zeitreihen und der Simulation in der Umbra. In der ersten Reihe ist das Magnetfeld des Flecks angegeben, diese Werte sind für die Simulation gleich. Danach folgen die Schwankungen der Magnetfeldstärke, der Inklination, der Geschwindigkeit in der Umbra und der ruhigen Sonne.

Die Powerkarten (Abb. 4.7) zeigen ausnahmslos Pixel, deren maximaler Powerpeak im entsprechenden Minutenbereich (Tab. 4.3) über dem Signifikanzniveau liegen. Die von vielen Beobach-

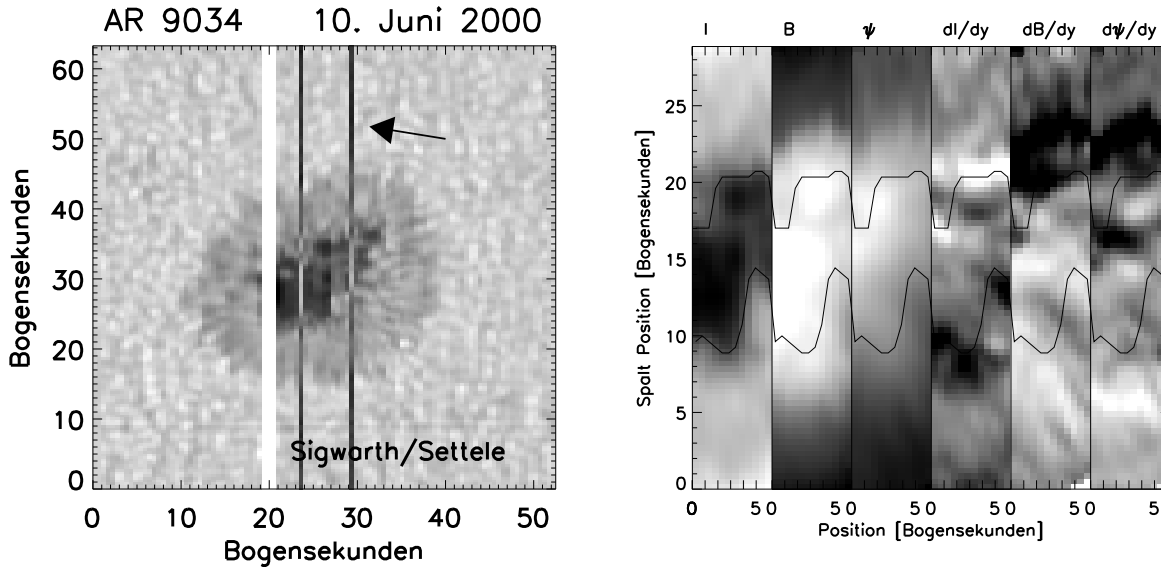


Abb. 4.4: Beobachteter Sonnenfleck vom 10.6.2000. Regionen, in denen Zeitreihen aufgenommen wurden, sind im Übersichtsbild (links) durch die zwei senkrechten Striche markiert. Der Pfeil weist zum Sonnenscheibenzentrum. Das rechte Bild zeigt die über die gesamte Zeitreihe gemittelte Werte der Umbra und Penumbra in Intensität, Magnetfeld, Inklination und deren Ableitungen in Nord-Südrichtung. Die maximale Feldstärke beträgt 2503 G und sinkt bis zum Umbra-Penumbra Rand (durch dünne Linie markiert) auf 1765 G ab. Vorsicht: Das rechte Bild enthält nur Umbra und Penumbra, die ruhige Sonne liegt außerhalb des abgebildeten Bereichs!

tern bemerkte Konzentration verstärkter Magnetfeld-Oszillationen auf den Umbra-Penumbra-Rand ist nicht vorhanden. Bereits eine Mittelung der Powerspektren über 4 Pixel verringert die Anzahl der signifikanten Oszillationen. Einzig in der Geschwindigkeit sind flächendeckend, bis auf kleine Ausnahmen, signifikante Oszillationen zu finden.

Die in Beispielen betrachteten einzelnen Pixel (Abb. 4.8 und 4.10) zeigen eine starke Korrelation zwischen den Frequenzen und auch den Zeitreihen der Kontinuum-Intensität und dem Magnetfeld bzw. der Inklination. Die Oszillationen von Magnetfeld und Inklination erfolgen in Phase, wobei bei zunehmender Magnetfeldstärke sich die Feldrichtung aufrichtet. Das Kontinuum verhält sich in Anti-Phase wobei es bei zunehmenden Magnetfeld absinkt. Das sieht sehr nach dem im Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Fehler aus, dass die Inversion den Streulichtanteil nicht vollständig eliminieren konnte.

Abb. 4.9 weist jedoch zusätzlich eine stärkere Korrelation mit der Geschwindigkeit auf, die sowohl bei der Frequenz als auch beim Betrachten der Zeitreihen auffällt. Letztere zeigen ein kleine Phasenverschiebung. Da jedoch die Inklination und das Magnetfeld in Anti-Phase zum Kontinuum sind, kann es sich nicht um den vorne diskutierten Effekt der Opazitätsschwankungen handeln. Es handelt sich eventuell um echte Oszillationen, die jedoch mit 7.19 G Amplitude recht klein sind.

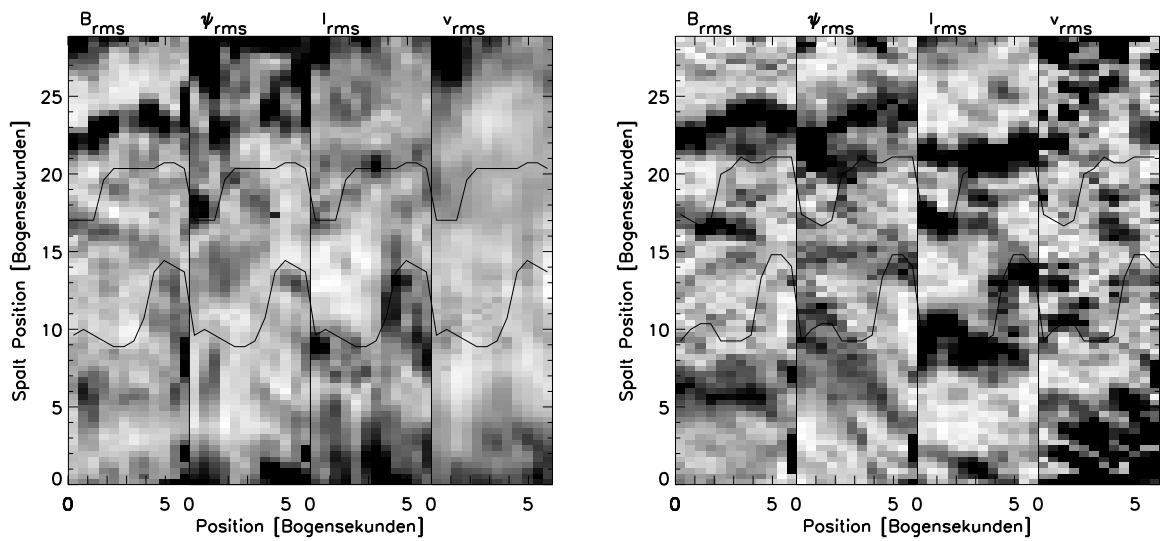


Abb. 4.5: Quadratmittel der Oszillationen vom 10. Juni. Große Werte sind dunkel, kleine Werte hell, zu den quantitativen Werten selbst siehe Tabelle 4.4. Links die aus der Zeitreihe ermittelten Werte, rechts die Ergebnisse der Seeing Simulation. Man erkennt, dass die starken RMS Werte bei großen Gradienten (vgl. Abb. 4.4 rechts) in der Zeitreihe gegenüber der Simulation weitgehend unterdrückt sind. Der geringe Einfluss des Seesings wird dadurch deutlich, dass die Lichtbrücke im I_{rms} -Bild der Zeitreihe kaum verstärkt auftaucht. Im B_{rms} -Bild ist sie jedoch leicht zu erkennen.

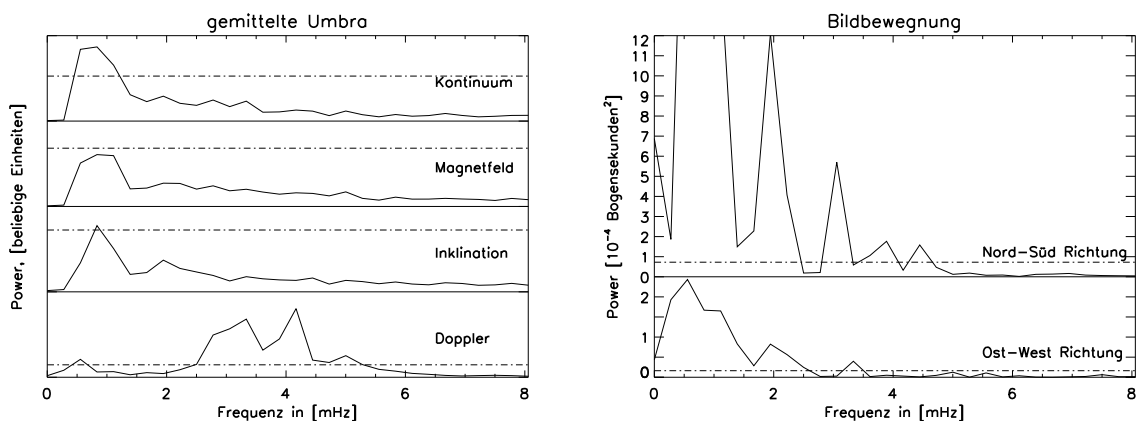


Abb. 4.6: Powerspektren der gemittelten Umbra und der ermittelten Bildverschiebung. Die gemittelte Umbra weist keine signifikanten Oszillationen in Kontinuum, Magnetfeld und Inklination auf. Sie haben nichts gemein mit den Oszillationen in Geschwindigkeit. Dort findet man deutlich Schwingungen in 5 min und in 3 min. Als Test wurde auch der Korrekturvektor für die Bildbewegung Fourier-transformiert. Die Nord-Süd Richtung zeigt verstärkte Amplituden bei 2 und 3 mHz, die sich jedoch nicht in den folgenden, auf diese Verschiebungen korrigierten Bildern zeigen.

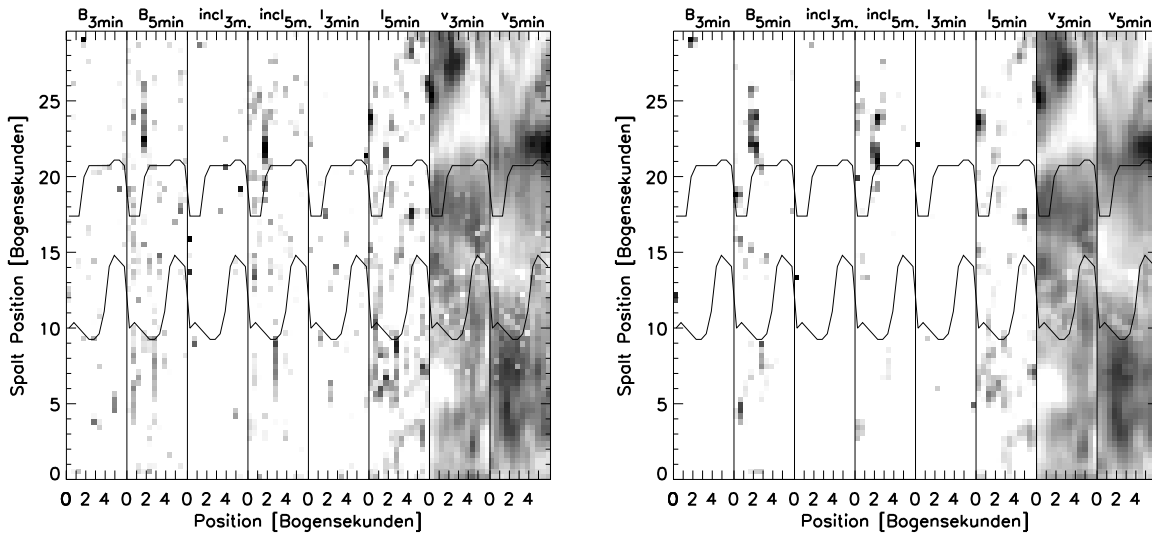
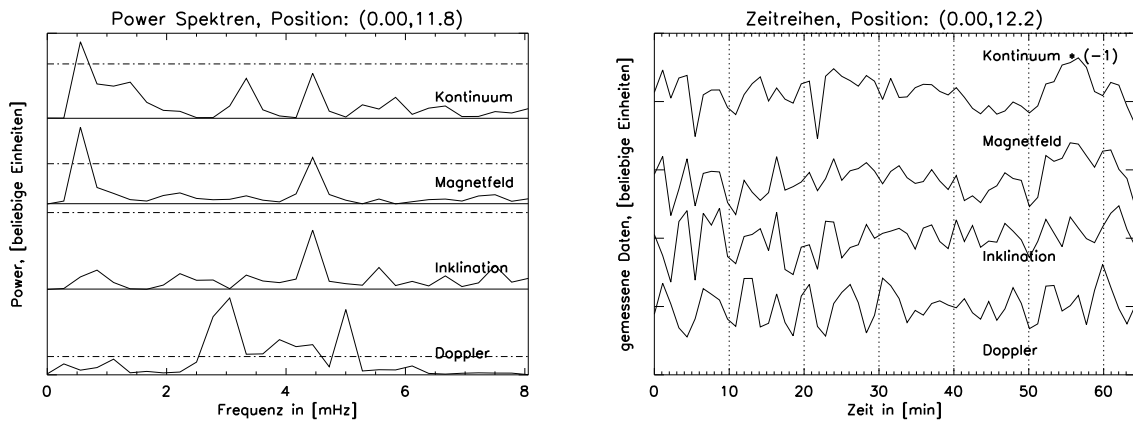


Abb. 4.7: Powerkarten der beobachteten Region. Im linken Bild wurde das Powerspektrum jedes einzelnen Pixels herangezogen, im rechten Bild wurden die Spektren jeweils über 4 Pixel gemittelt. Es wurde in jedem Pixel nur der maximale Peak im jeweiligen Frequenzband angezeigt, der über dem Grothschen Signifikanzniveau liegt. Man erkennt schon im Unterschied des linken und rechten Bildes, dass die Interpretation nicht so einfach ist, da schon bei Mittelung über kleine Bereiche, und damit Verbesserung der Glaubwürdigkeit, sehr viele Bereiche keine Oszillationen mehr aufweisen. Es ist keine örtliche Präferenz für die Magnetfeldoszillationen sichtbar.



Korrelation	linear	Spearman	Signifikanz
Magnetfeld, Kontinuum	-0.690428	-0.675188	$3.27987 \cdot 10^{-9}$
Magnetfeld, Inklination	0.596939	0.568825	$2.11819 \cdot 10^{-6}$
Magnetfeld, Doppler	0.370926	0.376549	$3.02326 \cdot 10^{-3}$
Inklination, Kontinuum	-0.464949	-0.397333	$1.66947 \cdot 10^{-3}$

Abb. 4.8: Der sich an Position 0.0", 11.8" in Abb. 4.7 befindende Hinweis auf Magnetfeldoszillationen weist im Frequenzspektrum eine starke Korrelation mit dem (nicht über dem Signifikanzniveau liegenden) Kontinuumsoszillationen auf. Rechts ist die Zeitreihe gezeigt, die am meisten zu dem Powerspektrum beiträgt. Die Amplitude für den Peak bei 4.5 mHz beträgt 8.51 G bei einer mittleren Feldstärke von 2231 G und einem RMS der Zeitreihe von 17.22 G. Die Inklination verhält sich entsprechend: Amplitude 0.46°, mittlere Inklination 140° und RMS Zeitreihe 0.80°.

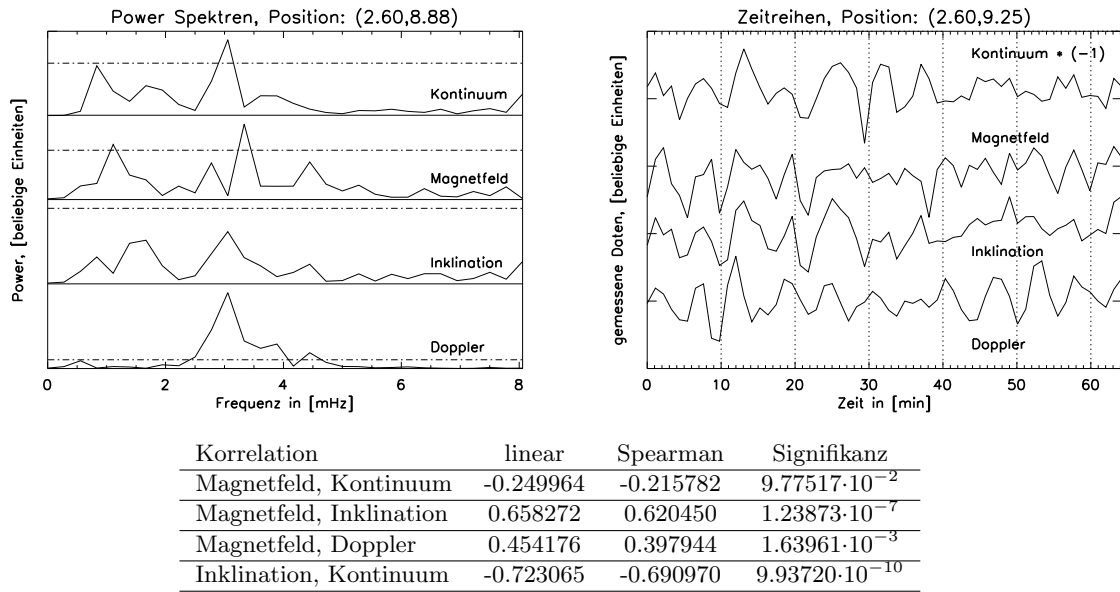


Abb. 4.9: Die Schwankungen von Geschwindigkeit, Inklination und Kontinuum dieses Punktes am Umbra-Penumbra-Rand fallen auf die gleiche Frequenz, wohingegen sich das Magnetfeld nicht darauf einlässt. Dies ist ein Artefakt, das sich aufgrund der Kürze der Zeitreihe und der angelegten Fensterfunktion eingeschlichen hat. Betrachtet man dasselbe Powerspektrum ohne vorheriges Bearbeiten der Zeitreihe mit der Fensterfunktion, so liegt der Peak ebenfalls bei etwa 3 mHz. Man kann diesen Fehler auch aus der starken Korrelation zwischen Magnetfeld und Inklination erahnen. Die Zahlenwerte für den Peak bei 3 mHz liegen in Amplitude (RMS Zeitreihe, Mittelwert Zeitreihe) bei 7.19 G/0.32° (14.2 G/0.6°, 2020 G/126°).

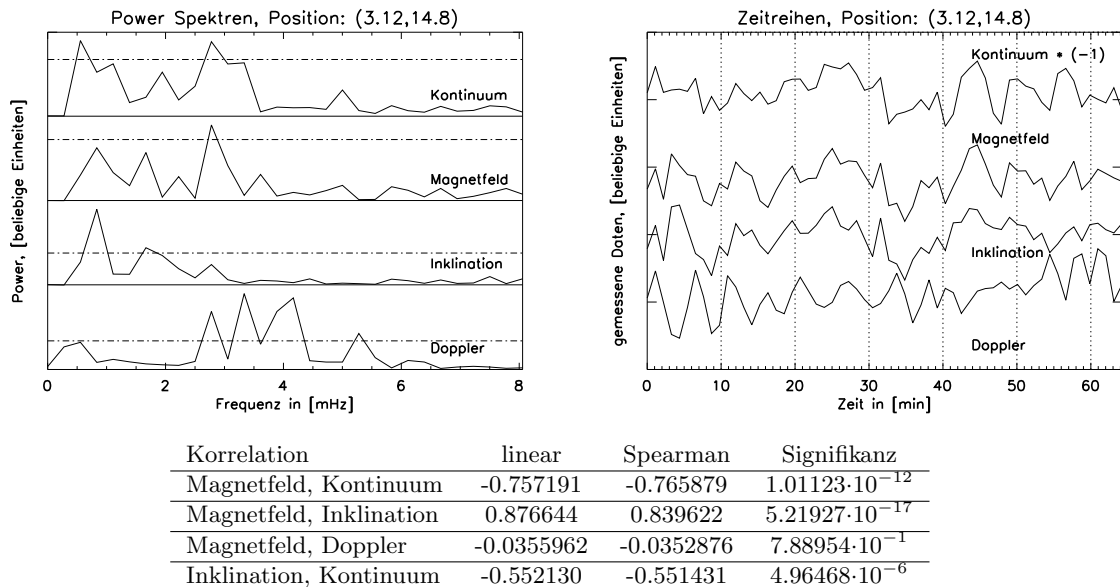


Abb. 4.10: Wieder zeigen Kontinuum, Magnetfeld und Inklination eine stärkere Korrelation, dies ist sehr gut an den Zeitreihen zu erkennen. Die Geschwindigkeit scheint eine untergeordnete Rolle zu spielen. Die Zahlenwerte für den Peak bei 2.6 mHz liegen in Amplitude (RMS Zeitreihe, Mittelwert Zeitreihe) bei 14.86 G/0.36° (23.55 G/0.87°, 2251 G/138°).

4.2.6 Ergebnisse vom 15. Juni 2000

Die Abbildungen in diesem Abschnitt sind analog zu denen im vorigen Abschnitt entstanden. Die in der Zeitreihe (109 Scans, $\Delta t = 60.86\text{ s}$) analysierte Region ist in Abb. 4.11 links durch die zwei senkrechten Linien markiert. In Abb. 4.11 rechts und den folgenden Bilder sind nur die Umbra und Penumbra abgebildet, wobei der Umbra-Penumbra Rand mit einer dünnen Linie versehen ist. Die ruhige Sonne liegt außerhalb des Bildbereichs.

Wieder liegen die maximalen RMS-Werte der Simulation abgesehen von der Geschwindigkeit innerhalb der Werte der Messreihe (vgl. Tab. 4.5). Jedoch sind bei der realen Zeitreihe die höheren RMS-Werte an starken Gradienten gegenüber der Simulation unterdrückt (siehe Abb. 4.12).

Die Powerspektren der gemittelten Umbra (Abb. 4.13) zeigen deutlichen Gleichverlauf in Intensität, Magnetfeldstärke und Inklination. Im Gegensatz zum 10. Juni, wo nur ein glattes Frequenzspektrum bei Mittelung zum Vorschein kam, sind Anhebungen im Frequenzspektrum von Kontinuumsintensität, Magnetfeld und Inklination zu erkennen. Aber nur die Intensität kommt dabei über das Signifikanzniveau. Die Powerspektren haben nichts gemein mit dem der Geschwindigkeit. Allerdings weist das Powerspektrum für die Bildbewegung in Ost-West Richtung ebenfalls einen Peak bei 2.8 mHz auf. Da die Bildbewegung jedoch korrigiert wurde, sollte die Anhebung der Oszillationsstärke bei dieser Frequenz in der gemittelten Umbra nicht von der Bildbewegung herrühren, zumal in Nord-Süd Richtung stärkere Frequenzen gefunden wurden, die sich nicht im gemittelten Bild zeigen.

Die Powerkarten (Abb. 4.14) weisen erheblich mehr signifikante Oszillationen auf als jene vom 10. Juni. Auch hier wird eine Menge unterdrückt, sobald man über 4 Pixel mittelt. Und ebenfalls kann keine Konzentration der Power auf den Umbra-Penumbra-Rand festgestellt werden. Es scheinen jedoch Artefakte vorhanden zu sein: Die vorletzte Spaltposition⁵ der Intensität bei 5 min zeigt über die gesamte Umbra eine stärkere Power auf, der gleiche Effekt erscheint an derselben Position in der Magnetfelddarstellung von 5 min. Weiterhin findet sich verstärkte Power in der Umbra entlang der gesamten drittletzten Spaltposition der Intensität bei 3 min, was auch Auswirkungen auf den 3 min-Bereich im Magnetfeld zeigt. Es ist nicht ganz klar, ob dies ein instrumenteller Effekt ist, jedenfalls sollte es misstrauisch gegenüber diesen Spaltpositionen machen. Nimmt man sie bei der Erstellung des mittleren Umbra-Powerspektrums (Abb. 4.13 links) heraus, so bleibt aber dennoch die erkennbare Signatur erhalten. Sieht man jedoch bei der Betrachtung von diesen Positionen ab, so sind im 3 min Bereich kaum noch Oszillationen in der Umbra zu erkennen.

Beispielhaft werden wieder einzelne Punkte genauer untersucht. Abb. 4.15 zeigt einen Punkt am unteren Umbra-Penumbra-Rand. In den Zeitreihen besteht eine stärkere Korrelation nur zwischen Magnetfeld und Inklination. Die Peaks der Powerspektren von Magnetfeld und Inklination treffen sich bei derselben Frequenz und sind leicht gegenüber denen der Geschwindigkeit zu kleineren Frequenzen hin verschoben. Wenn die Magnetfeldstärke steigt, so richtet sich das Feld auf. Sollte es also eine von der Doppler-Geschwindigkeit und dem Kontinuum unabhängige Magnetfeldoszillation geben, so ist dies ein Kandidat.

Ein Punkt am oberen Umbra-Penumbra-Rand wird in Abb. 4.16 betrachtet. In diesem Punkt zeigt sich nur eine schwache Korrelation zwischen den einzelnen Größen. Nur die Korrelation zwischen Kontinuumsintensität und Magnetfeld bzw. Inklination ist etwas größer. Es könnte sich wieder um nicht voll korrigiertes Streulicht handeln. Ebenso bei einem Ort in der Mitte der Umbra (Abb. 4.17), bei dem nur die Magnetfeldstärke mit dem Kontinuum korreliert ist. Inklination und die Geschwindigkeit spielen keine Rolle.

⁵Die Spaltpositionen erkennt man an den einzelnen Bildpunkten in diesen Darstellungen. Die vorletzte Spaltposition ist demnach ein Pixel von rechten Rand entfernt, das liegt bei 5.2 Bogensekunden.

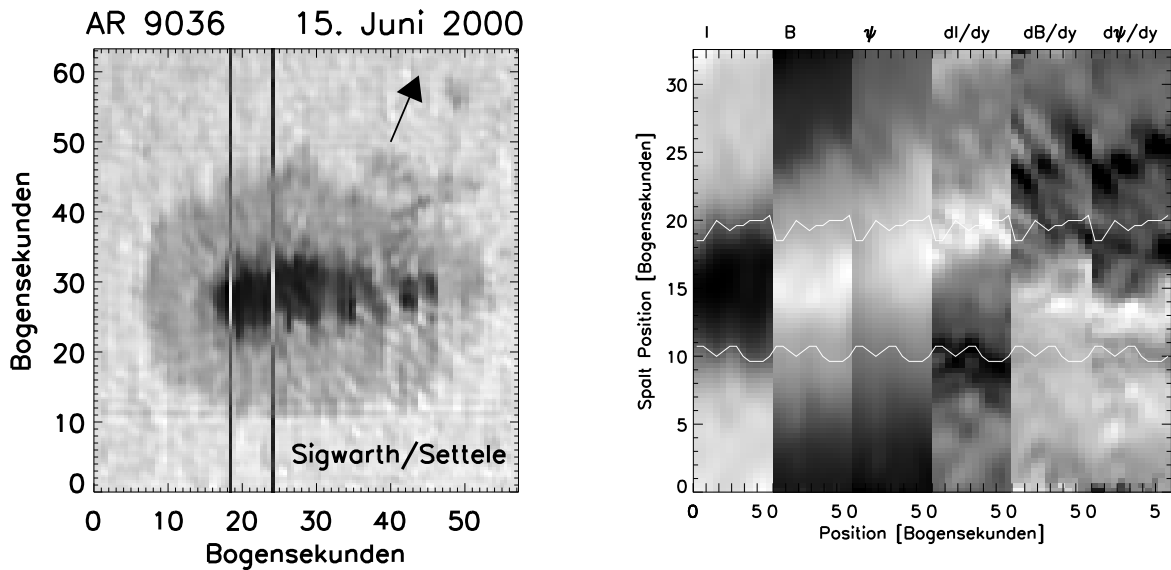


Abb. 4.11: Beobachteter Sonnenfleck vom 15.6.2000. Regionen, in denen Zeitreihen aufgenommen wurden, sind im Übersichtsbild (links) markiert. Das rechte Bild zeigt die über die gesamte Zeitreihe gemittelte Werte der Umbra und Penumbra in Intensität, Magnetfeld, Inklination und deren Ableitungen in Nord-Südrichtung. Der Umbra-Penumbra Rand ist auch wie in den folgenden Abbildungen eingezeichnet.

	AR 9036 / 15. Juni			AR 9036 / Simulation		
	Maximum	Minimum	Mittel	Maximum	Minimum	Mittel
B [G]	2815	1949	2386			
B_{RMS} [G]	55.4	11.8	25.9	24.4	0.87	7.8
ψ_{RMS} [°]	2.87	0.48	1.34	1.27	0.04	0.49
I_{RMS} [Zähler]	167.9	30.6	81.2	82.5	0.64	23.3
v_{RMS} [$\frac{m}{s}$]	140.4	64.7	89.0	33.0	0.48	10.6
v_{RMS} [$\frac{m}{s}$]	324.6	154.9	221.8	84.9	1.1	23.7

Tab. 4.5: Die Tabelle zeigt die mittlere quadratische Schwankung der Zeitreihen und der Simulation in der Umbra. In der ersten Reihe ist das Magnetfeld des Flecks angegeben, diese Werte sind für die Simulation gleich. Danach folgen die Schwankungen der Magnetfeldstärke, der Inklination, der Geschwindigkeit in der Umbra und der ruhigen Sonne.

Einer der wenigen Punkte in der Umbra, der auch 3 min-Oszillationen zeigt, ist in Abb. 4.18 aufgetragen. Auch hier zeigt sich allein eine Korrelation zwischen Magnetfeld und Inklination. Die berechnete Korrelation dieser Größen zum Kontinuum ist klein, schaut man sich jedoch die Zeitreihen mit dem Auge an, so sieht man schon, dass hier eine Korrelation mit dem Kontinuum vorhanden ist. Sie verlaufen meist parallel, wie man es bei Opazitätsschwankungen erwarten würde. Vorsicht: Das Kontinuum ist immer umgekehrt aufgetragen, da sich meist eine Korrelation zwischen abfallenden Kontinuum und steigendem Magnetfeld ergibt, die so leichter zu erkennen ist. Auch scheint eine leichte Korrelation mit der Dopplergeschwindigkeit jedoch mit Phasenverschiebung zu bestehen (die Korrelationskoeffizienten wurden ohne Phasenverschiebung berechnet).

Teilt man den RMS-Wert der Intensität durch die jeweils mittlere Intensität, so landet man bei allen im Prozentbereich. Es scheint auch keine Abhängigkeit dieses Wertes von der Korrelation der Intensität mit dem Magnetfeld zu geben. Wenn ein starkes Übersprechen dieser Art vorhanden wäre, würde man evtl. größere Korrelationen mit dem Magnetfeld bei stärkeren Schwankungen der Intensität erwarten.

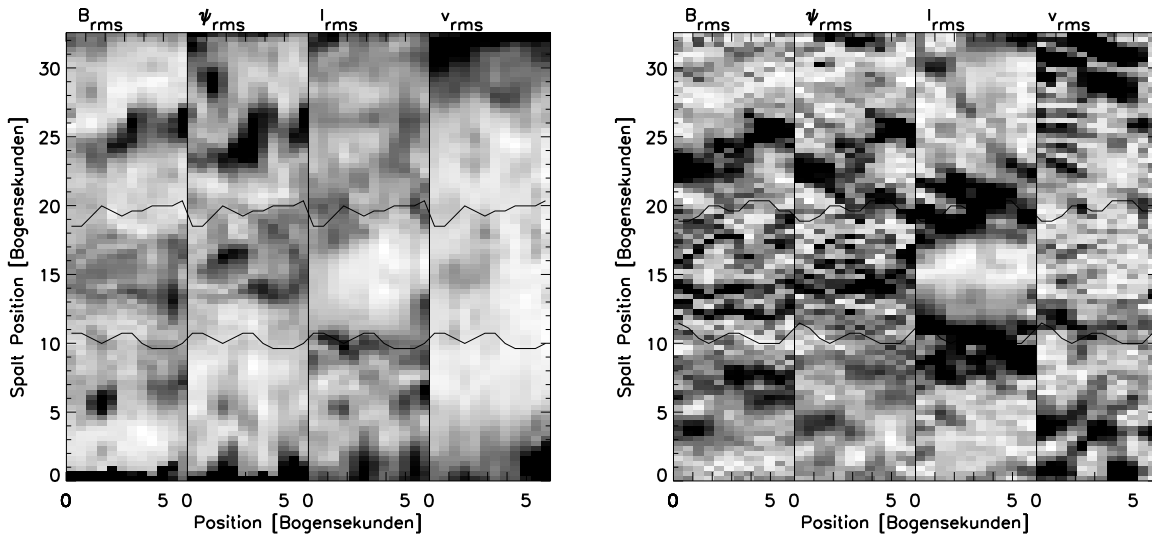


Abb. 4.12: Quadratmittel der Oszillationen vom 15. Juni. Große Werte sind dunkel, kleine Werte hell, zu den Werten selbst siehe Tabelle 4.5. Links die aus der Zeitreihe ermittelten Werte. Deutlich zu erkennen ist die verstärkte Schwankung an der Spaltposition $1.55''$, $5.5''$. Diese ist auf eine durch das Bild laufende Verdunkelung (etwa eine wandernde Flussröhre) zurückzuführen. Man kann dies nur auf bewegten Bildern erkennen. Rechts ist die Simulation der Bildbewegung gezeigt. Man sieht ähnliche Strukturen, die vor allem in Bereichen großer Gradienten auftreten (vgl. 4.11 rechts). Dennoch sind sie in der realen Zeitreihe unterdrückt.

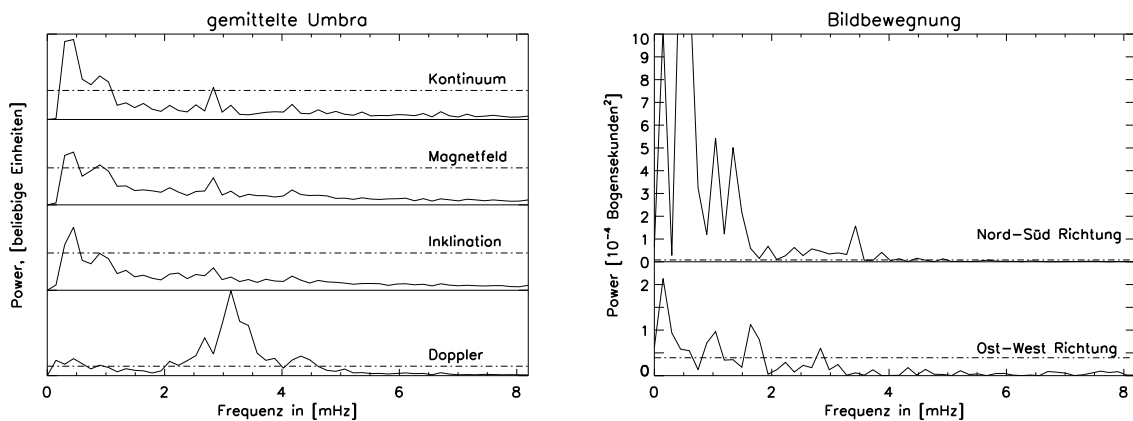


Abb. 4.13: Powerspektren der gemittelten Umbra und der ermittelten Bildverschiebung. Die gemittelte Umbra zeigt keine signifikanten Oszillationen in Magnetfeld und Inklination auf. Dennoch sehen die Powerspektren unter dem Signifikanzniveau verdächtig ähnlich aus und gleichem dem Kontinuumspektrum. Sie haben jedoch nichts gemein mit den Oszillationen in Geschwindigkeit. Dort findet man deutlich Schwingungen in 5 min und etwas über dem Signifikanzniveau auch in 3 min. Die FFT des Korrekturvektors für die Bildbewegung zeigt in Ost-Westrichtung bei 2.8 mHz eine Verstärkung, die auch in der gemittelten Umbra trotz Korrektur auftritt. Das Weglassen der Ost-West-Korrektur führt zum gleichen Frequenzspektrum in der gemittelten Umbra.

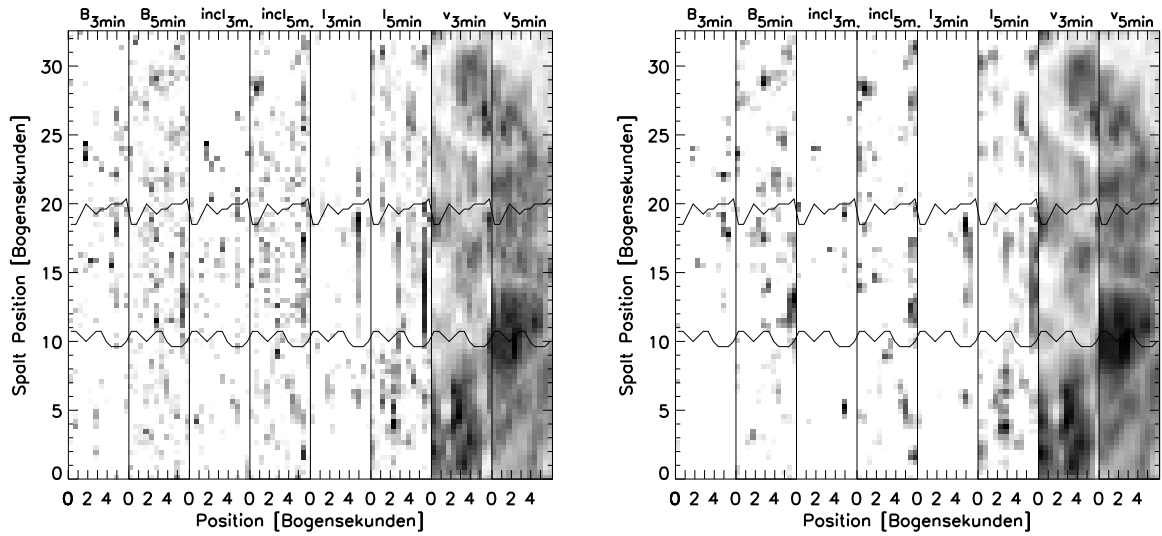
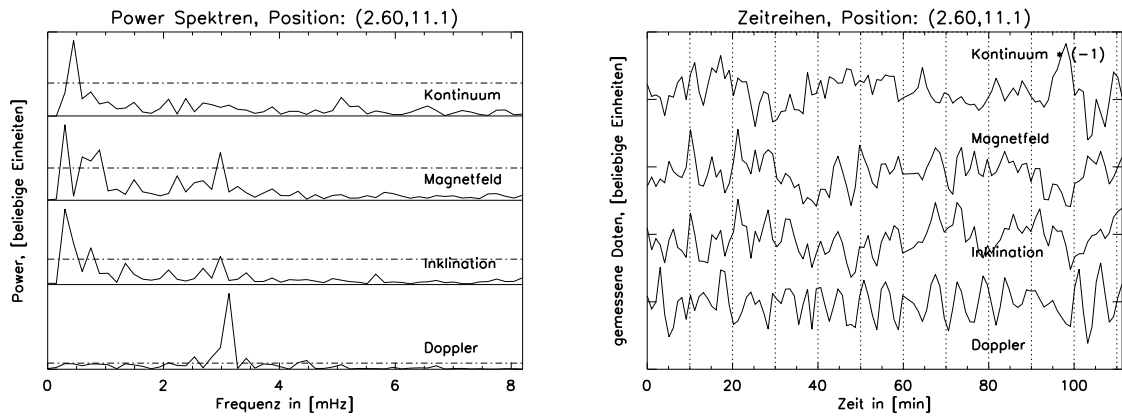


Abb. 4.14: Powerkarten der beobachteten Region. Im linken Bild wurde das Powerspektrum jedes einzelnen Pixels herangezogen, im rechten Bild wurden die Spektren jeweils über 4 Pixel gemittelt. Es wurde in jedem Pixel nur der maximale Peak im jeweiligen Frequenzband angezeigt, der über dem Grothschen Signifikanzniveau liegt. Bei Mittelung und damit Verbesserung der Glaubwürdigkeit weisen sehr viele Bereiche keine Oszillationen mehr auf. Einzelne Spaltaufnahmen zeigen über die gesamte Umbra hinweg verstärkte Oszillationen. Es ist naheliegend, dass es sich hierbei um Artefakte der Aufnahme handelt, sie wurden also nicht in die weitere Diskussion aufgenommen. Auch in diesem Fleck sind keine bevorzugten Bereiche in der Umbra für Oszillationen zu erkennen.



Korrelation	linear	Spearman	Signifikanz
Magnetfeld, Kontinuum	0.178823	0.143453	$1.36715 \cdot 10^{-1}$
Magnetfeld, Inklination	0.605332	0.559893	$2.45897 \cdot 10^{-10}$
Magnetfeld, Doppler	0.169659	0.187925	$5.03652 \cdot 10^{-2}$
Inklination, Kontinuum	0.0302022	0.0182930	$8.50241 \cdot 10^{-1}$

Abb. 4.15: Das Powerspektrum (links) ist aus vier Pixel gemittelt. Die Zeitreihe rechts ist die des Pixels mit dem größten Beitrag zu diesem Frequenzspektrum. Das Kontinuum zeigt in diesem Bereich keine Oszillationen im 3 und 5 min-Bereich auf. Im Magnetfeld und in der Inklination ist eine Verstärkung zu erkennen, die im Magnetfeld auch das Signifikanzniveau überschreitet. Würde man sich allein das Powerspektrum dieses Pixels anschauen, wären die Peaks von Magnetfeld und Inklination deutlich über dem Signifikanzniveau. Die Amplitude des Peaks (RMS Zeitreihe, Mittelwert) beträgt hier 8.8 G (21.3 G, 2052 G) bzw. 0.18° (0.48° , 119.96°). Dieser Peak fällt nicht mit dem starken des Doppler-Spektrums (72.73 m/s Amplitude, 88.33 m/s RMS Zeitreihe) zusammen. Aus den Zeitreihen erkennt man, dass Magnetfeld und Inklination in Phase schwingen. Die mittlere Intensität beträgt 3639 Zähler und der zugehörige RMS-Wert 104.5 Zähler.

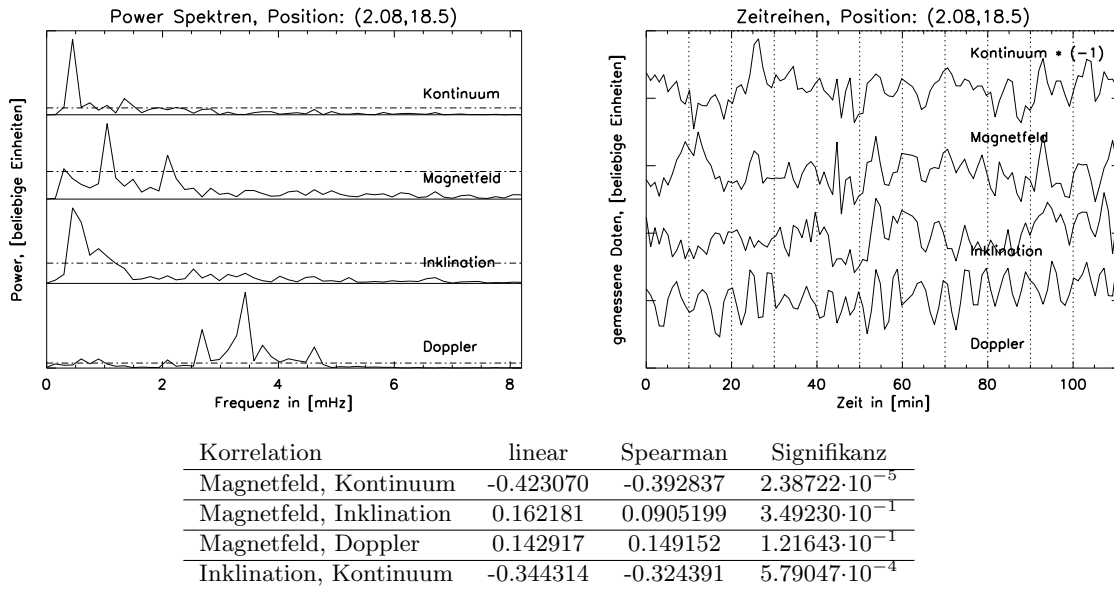


Abb. 4.16: Die Zeitreihen von Kontinuum und Magnetfeld sind schwach korreliert. Die Geschwindigkeit scheint hierbei wieder keine Rolle zu spielen. Es ist nur bei etwa 8 min ein Peak im Magnetfeld zu sehen, der in den 5 min Frequenzbereich hineinfällt. Die Magnetfeld-Amplitude (RMS Zeitreihe, Mittelwert) beträgt 8.7 G (23.3 G, 2270 G), die mittlere Intensität 3100 Zähler mit 162.3 Zähler RMS.

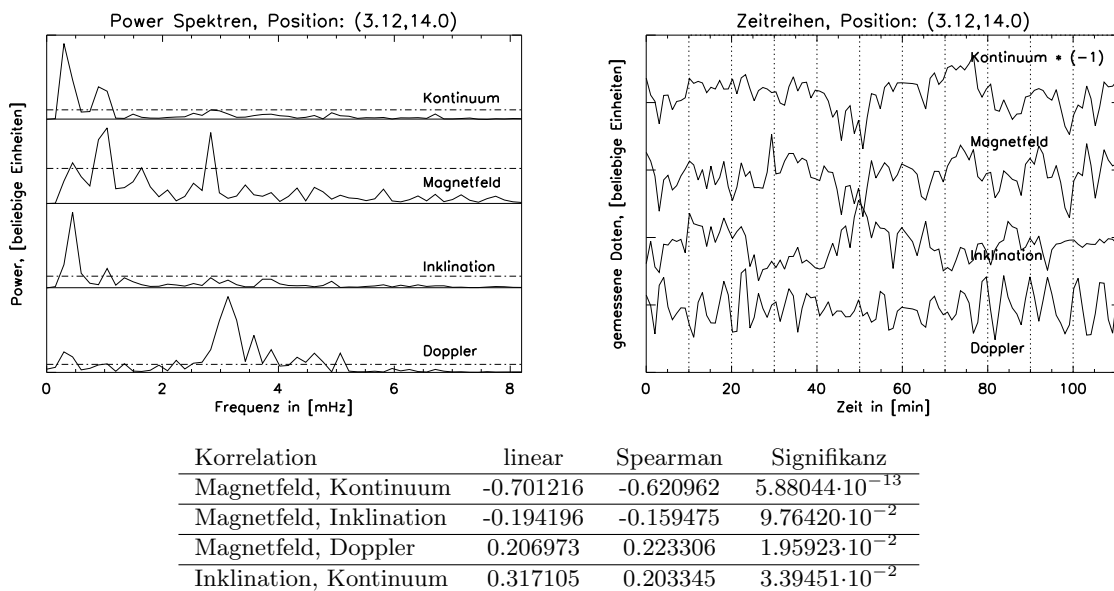
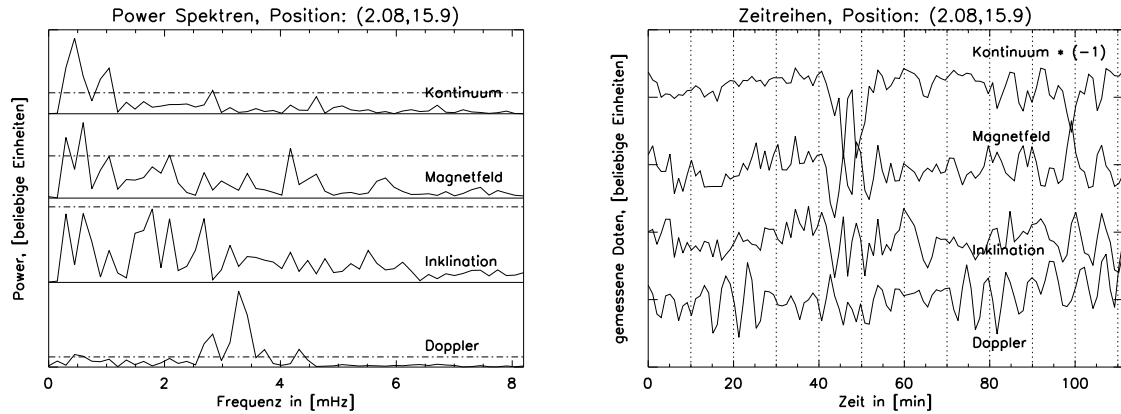


Abb. 4.17: Sehr deutlich ist in der Zeitreihe die starke Korrelation zwischen Magnetfeld und Kontinuum zu erkennen. Dies macht sich offensichtlich weniger deutlich im Frequenzspektrum bemerkbar. Der deutliche Peak im Powerspektrum des Magnetfelds hat die gleiche Frequenz wie der in der über die Umbra gemittelten Frequenzspektrum (Abb. 4.13) andeutungsweise zu erkennenden Struktur. Die Magnetfeld-Amplitude (RMS Zeitreihe, Mittelwert) beträgt 21.8 G (28.9 G, 2690 G), bei einer mittleren Intensität von 2217 Zählern und einem RMS-Wert von 56.5 Zählern.



Korrelation	linear	Spearman	Signifikanz
Magnetfeld, Kontinuum	0.161661	0.0246872	$7.98870 \cdot 10^{-1}$
Magnetfeld, Inklination	0.559638	0.553674	$4.25124 \cdot 10^{-10}$
Magnetfeld, Doppler	-0.0250269	-0.0294597	$7.61065 \cdot 10^{-11}$
Inklination, Kontinuum	-0.0517261	-0.153832	$1.10253 \cdot 10^{-1}$

Abb. 4.18: Im Frequenzspektrum des Kontinuums ist deutlich die Struktur der gemittelten Umbra zu erkennen. Die Inklination zeigt keine signifikanten Schwingungen, das Magnetfeld einen Peak in 3 min, der nicht mit der Geschwindigkeit übereinstimmt. In den Zeitreihen zeigen sich nur Magnetfeld und Inklination korreliert. Die Magnetfeld-Amplitude (RMS Zeitreihe, Mittelwert) beträgt 9.3 G (38.2 G, 2548 G). Die mittlere Intensität beträgt 1960 Zähler und der RMS-Wert 63.7 Zähler.

4.3 Zusammenfassung

Die Auswertung hat gezeigt, wie schwierig es ist, zu einer eindeutigen Stellungnahme zu kommen. Dennoch werden folgende Feststellungen aus den gezeigten Beispielen abgeleitet:

- Es wurden keine örtlichen Präferenzen für Magnetfeldoszillationen festgestellt, wie sie von verschiedenen Autoren z.B. am Umbra-Penumbra Rand gefunden werden.
- Manche der hier beobachteten Magnetfeldoszillationen stehen in Zusammenhang mit den gleichzeitig aufgenommenen Geschwindigkeitsoszillationen.
- Sehr oft laufen Oszillationen im Kontinuum und Magnetfeld antiparallel (das kann durch nicht vollständig korrigiertes Streulicht verursacht sein.).
- Das Magnetfeld eines Fleckes als Gesamtheit scheint nicht zu schwingen.
- Bei geringer Korrelation mit Kontinuumsschwankungen traten Magnetfeldoszillationen im Periodenbereich von 5 min mit einer Amplitude von bis zu 8.8 G auf, mit Korrelation zu Kontinuum bis zu 21.8 G.

Zum ersten Punkt ist zu sagen, dass es bei anderen Autoren, die mit einem 2D-Gesichtsfeld arbeiten, eventuell auch ein Artefakt durch die Beobachtungsmethode sein kann, dass Oszillationen verstärkt an diesen Bereichen auftreten, da am Umbra-Penumbra Rand ein starker Intensitätsgradient auftritt und damit die Streulichtempfindlichkeit steigt. Meiner Meinung nach wurden diese Messmethoden bisher unvollständig untersucht (Settele et al. 2001b).

Der nicht immer eindeutige Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsoszillationen und Magnetfeldoszillationen könnte aus der beobachteten Höhe herrühren. Sollten die Magnetfeldoszillationen von den p-Moden her angeregt werden, kann dies nur (oder verstärkt) in der Zone

$\beta \approx 1$, also dort wo Alfvén- und Schallgeschwindigkeit in etwa gleich sind, geschehen. Magnetfeldoszillationen könnten damit nur das in dieser Höhe vorherrschende Frequenzspektrum zeigen, das sich, wie in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt, in der Höhe $\tau_{500} \approx 1$ erheblich ändert, und nicht das in der beobachteten Höhe vorherrschende p-Moden-Spektrum. Bei dem in Kapitel 2 betrachteten Gleichungssystem ist eine reine Alfvén-Welle komplett entkoppelt. Auch diese Welle würde Magnetfeldschwankungen erzeugen, ohne dass es mit der vertikalen Geschwindigkeit eine Korrelation geben würde. Es erscheint mir aber zweifelhaft, ob es wirklich nur in so vereinzelt schmalen Frequenzbereichen schwingt, wie es sich hier andeutet.

Die Kleinheit der Effekte erfordert eine ganz empfindliche Analyse und auch eine sehr genaue Kenntnis der Einflüsse der Messinstrumente. Zum Beispiel ändert sich in der Spektrallinie FeI 630.25 nm bei einer Erhöhung der Feldstärke um 8.8 G die Aufspaltung der mit dem ASP gemessenen V-Profil um ganze 0.068 Pixel, wie sich mit der Formel (B.1) im Anhang leicht nachrechnen lässt. Bisher ist das meines Erachtens in den meisten Auswertungen zu sehr vernachlässigt worden. Ohne erfolgreiches theoretisches Simulieren der Oszillationen bis hin zu auswertbaren theoretischen Spektrallinien und Zeitreihen möchte ich die meisten Ergebnisse von Messungen und vor allem deren Schlussfolgerungen in Bezug auf MHD-Wellen als hoch spekulativ bewerten. Solange noch keine richtige Theorie vorhanden ist, halte ich, wie schon am Anfang dieses Kapitels erwähnt, die von [Khomenko et al. \(2001\)](#) eingeschlagene Richtung für sehr erfolgversprechend, wobei evtl. der obige Kommentar beachtet werden muss, dass die Geschwindigkeit nicht zwingend direkt mit dem Magnetfeld in der gleichen atmosphärischen Höhe korreliert sein muss, außer wenn man es mit Opazitätsschwankungen an Stelle von Magnetfeldschwankungen zu tun hat.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Die Umbra von Sonnenflecken zeigt periodische Schwingungen in der Geschwindigkeit der Materie im Bereich von fünf Minuten in der Photosphäre und bei ungefähr drei Minuten in der Chromosphäre. In letzter Zeit wurden ebenfalls Schwingungen des Magnetfelds beobachtet. Die Materie-Bewegung in der stark magnetisierten Umgebung des Sonnenfleckes kann mit der MHD-Theorie beschrieben werden.

In dieser Arbeit wurden magneto-atmosphärische Wellen in der Umbra von Sonnenflecken betrachtet. Es wurde der Fall eines senkrecht zur Sonnenoberfläche stehenden Magnetfeldes, das parallel zur Gravitation verläuft, angenommen. Ein bestehendes Gleichungssystem wurde angepasst, damit es mit semi-empirischen Atmosphärenmodellen harmonisiert. Der Turbulenzdruck wurde über eine effektive Gravitation eingearbeitet und der höhenabhängige Adiabatenkoeffizient berücksichtigt. Es wurde ein Programm im Sinne der „Sonnenfleckfilter-Theorie“ geschrieben und getestet, das die Transmission und Umwandlung von subphotosphärischen *fast-mode*-Wellen in andere magneto-atmosphärische Moden betrachtet. Die *fast-mode*-Wellen laufen von unterhalb der Sonnenoberfläche ein und repräsentieren dort ein weißes Rauschen. Darüber wirkt die Sonnenflekatmosphäre als Filter, und es wird übereinstimmend mit anderen Arbeiten ein Frequenzspektrum mit Resonanzen im 3 min-Bereich gefunden. Die Nichtbeachtung des Turbulenzdrucks bei gleichzeitiger Anwendung von semi-empirischen Atmosphärenmodellen zeigt ebenfalls Resonanzen, verletzt jedoch die Energieerhaltung. Eine Ausdehnung der Atmosphäre führt zur Verschiebung der Resonanzen zu kleineren Frequenzen. Die Betrachtung eines höhenabhängigen Adiabatenkoeffizienten anstatt eines konstanten führt ebenfalls zu einer Verschiebung der Resonanzen hin zu kleineren Frequenzen, genauso wie eine Absenkung der Temperatur in Teilen der Atmosphäre. Die erste Resonanz liegt unterhalb der größten in der Atmosphäre vorkommenden cut-off Frequenz, d.h. die zugehörige Welle muss in einem Teil der Atmosphäre tunneln. Der Vergleich von drei verschiedenen Atmosphärenmodellen hat gezeigt, dass diese erste Resonanz ein Sonderfall ist. Sie stellt eine Resonanz der oberen Chromosphäre dar, wohingegen alle weiteren Resonanzen, die gesamte Atmosphäre bis hin zur Photosphäre als Resonator nutzen. Die erste Resonanz beteiligt sich damit auch nicht am gemeinsamen Minimum aller anderen Resonanzen bei ungefähr $\tau_{500} = 1$. Das gemeinsame Minimum als „Reflektionsgrenze“ liegt in den meisten Atmosphärenmodellen unterhalb der allgemein angegebenen Reflektion am Temperaturminimum.

Die Betrachtung der Umwandlung der subphotosphärischen *fast-mode*-Wellen zeigt, dass bei einem Fleck von 10 Mm Durchmesser die Transmission nahezu unbeeinträchtigt ist. Die Umwandlung zeigt eine Verteilung über die Frequenzen, die dem Geschwindigkeitsspektrum in der Höhe gleicht, in der Schall- und Alfvén-Geschwindigkeit gleich sind. Es hat sich gezeigt, dass die von Beobachtern beschriebenen Magnetfeldoszillationen keine Oszillationen des gesamten Flecks

in der Grundschiwingung sein können, da diese in dem hier beschriebenen Modell mit $<0.04\text{ G}$ zwei Größenordnungen kleiner sind als beobachtet. Die Phasen zwischen den Magnetfeld- und Geschwindigkeitsoszillationen sind sowohl Frequenz- als auch höhenabhängig und gewiss auch abhängig von dem genutzten Atmosphärenmodell.

Als Brücke zu den Beobachtungen, wurden die berechneten Wellen in einen Strahlungstransport-Code gesteckt und so künstliche Zeitreihen von CaK und FeI 630.15 nm erzeugt. Obwohl die Eisenlinie im Bereich des gemeinsamen Minimums der Oberschwingungen entsteht, ist sie dennoch nicht empfindlich darauf und zeigt ebenfalls die Resonanzen. Diese Linie entsteht also nicht lokalisiert genug und eignet sich nicht, diesen Effekt zu messen. Die chromosphärische Resonanz ist in zwei der drei Atmosphärenmodelle tatsächlich nur in CaK zu sehen. Bei Betrachtung der Phasen zwischen beiden Linien zeigen zwei der Atmosphärenmodelle deutliche Phasensprünge von 180° , wie man es bei stehenden Wellen erwarten würde. Ein weiteres Modell zeigt einen nahezu linearen Anstieg. Durch Vergleich der „gemessenen“ und der theoretischen Powerspektren und rms-Werte der Zeitreihen lassen sich die Entstehungshöhen der Linien relativ gut abschätzen, sie liegen auch im Bereich, den die Beitragsfunktionen des Strahlungstransport-Codes angeben. Die Phasenbeziehungen lassen sich nicht so einfach zuordnen, da CaK über einen größeren Höhenbereich entsteht und so eine Verschmierung verursacht. Zur Simulation von mehreren nebeneinander vorkommenden Atmosphärenmodellen in einem Auflösungselement der Beobachtung wurden die drei Zeitreihen bzw. Powerspektren gemittelt. Das führte zu einer drastischen Abnahme der Kohärenz, dennoch waren Phasensprünge zu finden.

Schließlich wurden Beobachtungen am NSO Dunn Solar Telescope in Sunspot, New Mexico, USA durchgeführt. Mit dem HAO/NSO Advanced Stokes Polarimeter wurden in Verbindung mit einem „spot tracker“ Zeitreihen von zwei Sonnenflecken erstellt und ausgewertet. Es hat sich gezeigt, dass die unkorrigierte Bildunruhe vereinzelt rms-Werte von Zeitreihen erzeugen kann, die auch bei einer korrigierten Zeitreihe vorliegen. Die von vielen Beobachtern berichtete Konzentration der Magnetfeldoszillationen auf den Umbra-Penumbra Rand konnte nicht festgestellt werden. Die hier gemessenen Magnetfeldoszillationen standen meist nicht in Zusammenhang mit gleichzeitig bestimmten Geschwindigkeitsoszillationen. Der Fleck als Gesamtheit zeigt keine signifikanten Schwingungen. Sehr oft verliefen die Schwingungen von Kontinuumsintensität antiparallel zu den Schwingungen in Magnetfeld und Inklination, was ein Artefakt aufgrund von Streulicht sein könnte. Die maximale Amplitude der Magnetfeldschwingungen konnte mit 8.8 G ohne starke Korrelation und mit 21.8 G bei starker Korrelation zwischen Kontinuum und Magnetfeld bestimmt werden.

Aus dieser Arbeit sind eine Reihe von Veröffentlichungen hervorgegangen. Kapitel 2 ist in Auszügen in [Settele et al. \(1999b\)](#) und [Settele et al. \(2001c\)](#) veröffentlicht und auf Konferenzen vorgestellt worden: [Settele et al. \(1999a\)](#) und [Staude et al. \(2001\)](#). Kapitel 3 wurde in der Entwicklungsphase auf einer Konferenz vorgestellt ([Settele et al. 2001b](#)). Der Anhang B wurde eingereicht ([Settele et al. 2001a](#)).

Ausblick

Im ersten Teil dieser Arbeit wurde ein eigenständiger Resonator der oberen Chromosphäre gefunden. Interessant wären hier Beobachtungen in verschiedenen Höhen der Chromosphäre, die dessen unabhängige Existenz überprüfen könnten.

Eine Ausdehnung der angewendeten Methode zur Berechnung des Transmissions- und Umwandlungskoeffizienten auf kleinere Flussröhren, und damit die Untersuchung Schwingungen kleinerer horizontalen Ausmaßes, wäre reizvoll.

Die hier benutzte Linearisierung ohne Strahlungsverluste im Gleichungssystem führen zu sehr hohen Amplituden in der Chromosphäre, wenn man die Amplituden in der Photosphäre an Beobachtungen anpasst. Es wäre aufschlussreich, wie stark sich diese durch Hinzunahme von Strahlungsdämpfung reduzieren lassen und ob ein Resonator in so einem Fall noch eine derart hohe Transmission zeigen kann, wie sie hier berechnet wurde.

In Bezug auf die Rechnungen im dritten Kapitel sollten noch weitere chromosphärische Linien hinzugenommen werden, da die Amplituden in der Photosphäre offensichtlich zu klein werden, um sie deutlich beobachten zu können. Wegen der Entstehung der Linien über einen großen Höhenbereich ist eine solche Rechnung vor Vergleichen mit Beobachtungen dringend erforderlich. Die Theorie von dynamischen Vorgängen auf der Sonnenoberfläche sollte allgemein bis hin zu künstlichen Spektrallinien betrieben werden.

Die Magnetfeldoszillationen lassen am meisten Fragen offen. Die Kleinheit des Effektes erfordert sehr genaue Betrachtungen. Es wäre z.B. interessant welche unterschiedlichen Ergebnisse verschiedene Inversions-Programme aus denselben Daten eines Sonnenfleckes hervorbringen, und ob man bei allen die gleichen Oszillationen im Magnetfeld finden kann. Die Inversions-Programme müssten mit künstlichen Linienprofilen stärker auf Artefakte durch z.B. Streulicht überprüft werden. Ferner sind hier noch weitere Arbeiten in Bezug auf Opazitätsschwankungen vonnöten. Die Beobachtungen selbst sollten mit zusätzlichen Bildberuhigern wie z.B. adaptiver Optik durchgeführt werden, um Seeing-Einflüsse weiter zu reduzieren.

Anhang A

Wellengleichungen

In diesem Abschnitt werden die in dieser Arbeit genutzten Wellengleichungen abgeleitet, die erstmals von [Ferraro & Plumpton \(1958\)](#) vorgestellt wurden, sowie auf darin vorgenommene Veränderungen hingewiesen. Zu einer guten Einleitung in die solare Magnetohydrodynamik siehe [Priest \(1984\)](#).

A.1 MHD-Gleichungen

Es folgt eine Zusammenstellung der genutzten Grundgleichungen. Dabei steht \vec{B} für den Magnetfeldvektor, \vec{v} für die Geschwindigkeit des Plasmas, ρ und p für die Dichte und Druck, γ für den Adiabatenkoeffizient und schließlich $\vec{g} = (0, 0, -g)$ für die Gravitation. Der Index „0“ steht für mittlere Größen im stabilen Gleichgewichtszustand, wohingegen der Index „1“ für kleine Störungen, also Abweichungen vom Gleichgewichtszustand beschreiben.

Im Gleichungssystem soll im Groben die Umbra eines Sonnenflecks schematisch verankert sein. Das Magnetfeld kommt dort nahezu senkrecht aus der Sonnenoberfläche, also wird das Magnetfeld $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$ parallel zur Gravitation sein, die entlang der z-Achse verläuft (siehe auch Abb. 2.2).

Die Induktions-Gleichung beschreibt die zeitliche Änderung des Magnetfeldes aufgrund von Plasmabewegungen und Diffusivität:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B} \quad (\text{A.1})$$

In unserem Fall wurde ein ideales Plasma angenommen, d.h. die Leitfähigkeit geht gegen unendlich und der Widerstand gegen null ($\eta \rightarrow 0$). Das Magnetfeld diffundiert also nicht durch das Plasma. Während die Wellen eine Periode von <5 min aufweisen, existiert ein Sonnenfleck mehrere Tage.

Die Kontinuitätsgleichung sichert die Materieerhaltung.

$$\frac{d\rho}{dt} + \vec{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Die Bewegungsgleichung charakterisiert die Bewegung des Plasmas unter den Bedingungen eines Druckgradienten, eines Magnetfeldes und der wirkenden Gravitationskraft.

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \nabla \cdot \vec{v} = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} + \rho \vec{g} \quad (\text{A.3})$$

Potentialfeld. Das homogene Magnetfeld verläuft nur in z-Richtung.

$$\nabla \times \vec{B}_0 = 0 \quad (\text{A.4})$$

Das mechanische Gleichgewicht bestimmt die Schichtung der Sonnenfleckatmosphäre.

$$\frac{dp_0}{dz} = -\rho_0 g \quad (\text{A.5})$$

Das Adiabatengesetz gilt für alle Zustandsänderungen, d.h. alle Schwingungen laufen ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung ab.

$$\frac{p_1}{p_0} = \gamma \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad \text{bzw.} \quad p_1 = C_S^2 \rho_1 \quad (\text{A.6})$$

Die charakteristischen Geschwindigkeiten des Systems sind die Schallgeschwindigkeit

$$C_S^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \quad (\text{A.7})$$

und die Alfvén-Geschwindigkeit der magnetischen Störungen:

$$C_A^2 = \frac{\vec{B}_0^2}{4\pi \rho_0} \quad (\text{A.8})$$

A.2 Gestörte Grundgleichungen

An die ungestörten MHD-Gleichungen bringt man nun kleine Störungen, d.h. Abweichungen vom statischen Zustand an:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \\ \rho &= \rho_0 + \rho_1 \\ p &= p_0 + p_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \end{aligned}$$

Im weiteren wird eine neue Größe eingeführt. Die Auslenkung der Materie vom Ruhezustand (*engl. displacement*):

$$\frac{d\vec{\xi}}{dt} = \vec{v} \quad (\text{A.9})$$

Setzt man nun in die Induktionsgleichung (A.1) die Störungen ein, beachtet dabei, dass der Widerstand null ist und linearisiert die Gleichung, indem man Terme mit zweifach vorkommenden Störungen weglässt, so erhält man:

$$\vec{B}_1 = \nabla \times (\vec{\xi} \times \vec{B}_0) \quad (\text{A.10})$$

Bei gleichem Vorgehen wird aus der Kontinuitätsgleichung (A.2)

$$\rho_1 + \nabla(\rho_0 \vec{\xi}) = 0 \quad (\text{A.11})$$

Aus der Bewegungsgleichung (A.3) wird unter Beachtung der Gleichungen für das magnetische Potentialfeld, des mechanischen Gleichgewichts und $\vec{g} = (0, 0, -g)$,

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = -\nabla p_1 + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \vec{B}_1) \times \vec{B}_0 + \rho_1 \vec{g} \quad (\text{A.12})$$

Eine weitere Gleichung bekommt man durch die totale Ableitung des Drucks

$$\frac{D}{Dt}(p_0 + p_1) \approx \frac{dp_1}{dt} + \vec{v} \cdot \nabla p_0$$

und der Berücksichtigung der Adiabatangleichung (A.6)

$$p_1 + \vec{\xi} \cdot \nabla p_0 = C_S^2 (\rho_1 + \vec{\xi} \cdot \nabla \rho_0) \quad (\text{A.13})$$

Nimmt man nun die gestörte Bewegungsgleichung (A.12) und setzt dort alle anderen Ausdrücke für \vec{B}_1 , ρ_1 und p_1 ein, wie sie durch die Gleichungen (A.10), (A.11) und (A.13) gegeben sind, so erhält man nach einigem Umformen

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} &= \text{grad}(C_S^2 \text{div} \vec{\xi} - g\xi_3) + \frac{1}{4\pi\rho_0} [\text{rot rot}(\vec{\xi} \times \vec{B}_0)] \times \vec{B}_0 \\ &+ \left(\frac{1}{g} \frac{dC_S^2}{dz} + \gamma - 1\right) \vec{g} \text{div} \xi \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Das Magnetfeld durchdringt die Atmosphäre in z-Richtung, alle anderen Komponenten sind null $\vec{B}_0 = (0, 0, B)$. Damit erhält man ein neues Gleichungssystem:

$$\frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} ((C_S^2 + C_A^2) \text{div} \vec{\xi} - g\xi_3) + C_A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial z} - \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \right) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y} ((C_S^2 + C_A^2) \text{div} \vec{\xi} - g\xi_3) + C_A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial z} - \frac{\partial \xi_3}{\partial y} \right) \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} (C_S^2 \text{div} \vec{\xi} - g\xi_3) - \left[\frac{dC_S^2}{dz} + (\gamma - 1)g \right] \text{div} \vec{\xi} \quad (\text{A.17})$$

Soll der Adiabatenkoeffizient γ höhenabhängig genutzt werden, wie in dem Fall dieser Arbeit, so ändert sich Gleichung (A.14) und schließlich bekommt die dritte Komponente von Gleichung (A.17) einen weiteren Term:

$$\frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} (C_S^2 \text{div} \vec{\xi} - g\xi_3) - \left[\frac{dC_S^2}{dz} + (\gamma - 1)g - \frac{C_S^2}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} \right] \text{div} \vec{\xi} \quad (\text{A.18})$$

A.3 Harmonische Wellen

Es ist nun möglich, $\vec{\xi}$ so zu wählen, dass man ohne Beschränkung der Allgemeinheit unabhängig von der y -Richtung wird. Man setzt nun eine harmonische Lösung an:

$$\vec{\xi}(x, z, t) = \vec{\xi}(z) \exp[i(k_{\perp}x + \omega t)] \quad (\text{A.19})$$

wobei k_{\perp} die horizontale Wellenzahl, ω die Frequenz und $\vec{\xi}(z)$ die nur von z abhängige Amplitude ist. Setzt man das in die Gleichungen (A.15-A.17) des letzten Abschnitts ein, so erhält man ein völlig neues Gleichungssystem:

$$\left[C_A^2 \frac{d^2}{dz^2} + \omega^2 - k^2(C_S^2 + C_A^2) \right] \xi_{\perp} = -ik_{\perp} \left(C_S^2 \frac{d}{dz} - g \right) \xi_{\parallel} \quad (\text{A.20})$$

$$\left(C_S^2 \frac{d^2}{dz^2} - \gamma g \frac{d}{dz} + \omega^2 \right) \xi_{\parallel} = -ik_{\perp} \left[C_S^2 \frac{d}{dz} - g(\gamma - 1) \right] \xi_{\perp} \quad (\text{A.21})$$

Dabei wurde hier ξ_1 in ξ_{\perp} und ξ_3 in ξ_{\parallel} umbenannt, in Anlehnung an die Magnetfeldrichtung.

Und eine vollständig entkoppelte Gleichung für die Alfvén-Wellen ist:

$$\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} = C_A^2 \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial z^2} \quad (\text{A.22})$$

Dieses gekoppelte Gleichungssystem zweiter Ordnung wurde so von [Ferraro & Plumpton \(1958\)](#) gefunden. Betrachtet man zusätzlich die Höhenabhängigkeit des adiabatischen Koeffizienten und der Gravitation, so kommen Terme hinzu und Gleichung (A.21) wird zu:

$$\left(C_S^2 \frac{d^2}{dz^2} - \left(\gamma g + \frac{C_S^2}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} \right) \frac{d}{dz} + \omega^2 - \frac{dg}{dz} \right) \xi_{\parallel} = -ik_{\perp} \left[C_S^2 \frac{d}{dz} - g(\gamma - 1) - \frac{C_S^2}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} \right] \xi_{\perp} \quad (\text{A.23})$$

A.4 Reihenentwicklung für isotherme Atmosphäre

In der isothermen Korona wurden Reihenlösungen des [Ferraro & Plumpton \(1958\)](#) Gleichungssystems genutzt, die in [Cally et al. \(1994\)](#) angegeben und mit der Frobenius-Methode entwickelt wurden. Sie wurden von vielen weiteren Autoren genutzt (z.B. [Abdelatif 1990](#)).

In der isothermen Atmosphäre verhalten sich die Temperatur T , Dichte ρ und Schall- und Alfvén-Geschwindigkeiten (C_S und C_A) wie folgt:

$$T(z) = T_0 \quad (\text{A.24})$$

$$\rho(z) = \rho_0 \exp(-z/H) \quad (\text{A.25})$$

$$C_S^2 = C_{S0}^2 = \gamma RT_0 \quad (\text{A.26})$$

$$C_A^2(z) = C_{A0}^2 \exp(z/H) \quad (\text{A.27})$$

wobei $H = RT/g$ die koronale Skalenhöhe und $C_{A0}^2 = B_0^2/(4\pi\rho_0)$ die Alfvén-Geschwindigkeit bei $z = 0$ sind.

Für die Reihenentwicklungen gelten folgende Ersetzungen:

$$s = -\frac{z}{L}, \quad \kappa = 2k_{\perp}L, \quad \nu^2 = \frac{\omega^2 L}{g(\gamma - 1)},$$

wobei L in den Rechnungen mit 600 km festgelegt wurde.

Die vier Lösungen in der Korona ($z \rightarrow \infty$ bzw. $s \rightarrow -\infty$) sind:

$$\xi_{\perp} = \sum_{j=0}^{\infty} c_j \sigma^{j+r} \quad \text{und} \quad \xi_{\parallel} = \sum_{j=-2}^{\infty} b_j \sigma^{j+r}, \quad (\text{A.28})$$

wobei $r = \pm K$ oder $1 \pm (1 - \bar{\omega}^2)^{1/2}$ mit $K = 2k_{\perp}H$ und

$$\bar{\omega} = 2 \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{H}{L} \right)^{1/2} \nu \quad \text{und} \quad \sigma = e^{[(s-s_{cor})L/2H]}, \quad (\text{A.29})$$

wobei $s = s_{cor}$ die koronale Basis bezeichnet. Nun setzt man $h = \gamma\beta/2$, wobei β das Plasma- β an der koronalen Basis ($\beta = 2C_S^2/(\gamma C_A^2)$) wiedergibt. Die Koeffizienten der Lösungen A.28 sind dann

$$b_{-2} = -ic_0 \frac{r^2 - K^2}{hK(r - 2 + 2/\gamma)} \quad (\text{A.30})$$

$$c_j = hc_{j-2} \frac{K^2[\bar{\omega}^2 - 4(\gamma - 1)/\gamma^2] - \bar{\omega}^2[\bar{\omega}^2 + (j+r)(j+r-2)]}{[(j+r)^2 - K^2][\bar{\omega}^2 + (j+r)(j+r-2)]} \quad (\text{A.31})$$

für ($j > 0$),

$$b_j = iKc_j \frac{j+r+2(\gamma-1)/\gamma}{\bar{\omega}^2 + (j+r)(j+r+2)} \quad \text{für} \quad (j \geq 0) \quad (\text{A.32})$$

Alle ungeraden Koeffizienten b_j und c_j sind null und $b_{-2} = 0$, wenn $r = \pm K$.

Analytische Lösungen wurden erstmals von Zhugzhda & Dzhalilov (1982) in Form von Meijer-G-Funktionen vorgestellt. Cally (2001) hat sie alternativ mit hypergeometrischen ${}_2F_3$ -Funktionen ausgedrückt.

Lösungen für den Fall einer polytropen Atmosphäre sind in Cally & Bogdan (1993) zu finden.

A.5 Struktogramm

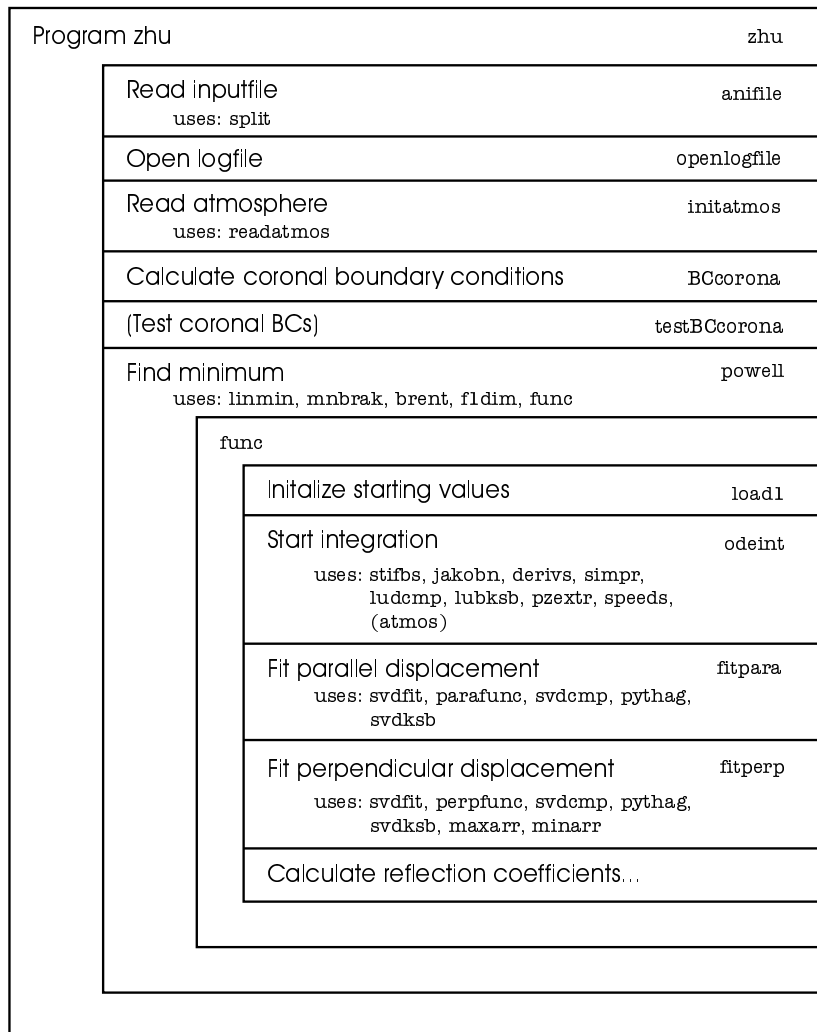


Abb. A.1: Struktogramm. Das zugrunde liegende Programm für die Berechnung der Wellentransmission im Sonnenfleck wurde in FORTRAN geschrieben, dabei wurden Routinen aus [Press et al. \(1992\)](#) und [Späth \(1973\)](#) genutzt. Das Struktogramm enthält Funktions-/Dateinamen.

Anhang B

FPI-Spektrometer

Die in Abschnitt 4.1.1 angesprochene Problematik des FPI-Spektrometers, bzw. aller in der Messung ähnlich aufgebauten Instrumente wie z.B. MDI auf dem Sonnensatelliten SOHO, soll hier kurz angerissen werden. Für weitere Diskussion siehe [Settele et al. \(2001a\)](#).

Instrumente dieser Bauweise messen eine Spektrallinie nicht komplett in einem Augenblick. Vielmehr misst man nur einige Wellenlängenpunkte entlang der Spektrallinie durch Änderung des Durchlassbereichs eines Filtersystems wie beim Fabry-Perot-Interferometer-Spektrometer (FPI) der Universitätssternwarte Göttingen ([Bendlin et al. 1992](#), [Bendlin & Volkmer 1995](#)) oder dem MDI ([Scherrer et al. 1995](#)) auf dem Satelliten SOHO. Wegen der relativ langen Belichtungszeit, die für einen Sonnenfleck nötig ist, braucht man beim FPI für die Messung einer Spektrallinie etwas über 20 s. In dieser Zeit jedoch ändern sich die physikalischen Parameter in der Sonnenatmosphäre, es laufen z.B. Wellen durch, und das Profil wird während der Messung verformt. Das mag nicht weiter schlimm sein, solange man sich nur ein Bild der Zustände auf der Sonnenoberfläche machen möchte. Wenn man jedoch an der zeitlichen Entwicklung interessiert ist, hat dies fatale Folgen, wie hier an einem Beispiel demonstriert wird.

B.1 Simulation

Zur Simulation des Messvorgangs nutzten wir ein künstliches Stokes- V Profil der Linie FeI 617.3 nm ($g = 2.5$), berechnet mit dem Stokes-Profil-Programm DIAMAG von [Grossmann-Doerth \(1994\)](#) und einem Sonnenfleckatmosphärenmodell von [Kollatschny et al. \(1980\)](#), das mit einem zeitlich konstanten Magnetfeld der Stärke 2000 G durchsetzt wurde. Dieses Profil wurde durch eine Sinuswelle mit einer Amplitude von 250 m/s und einer Periode von 3 min in der Wellenlänge kontinuierlich verschoben (Doppler-Effekt). Währenddessen wurden wie beim FPI-Spektrometer innerhalb von 22.5 s an 50 verschiedenen Positionen im Abstand von 16.59 mÅ Messungen vorgenommen. Danach folgte eine Pause von 3 s zur Datensicherung. Abb. B.1 links zeigt einen solchen Vorgang, allerdings mit einer verstärkten Amplitude von 1000 m/s, damit der Effekt deutlich wird.

Im Allgemeinen misst man ein Stokes- V -Profil nicht direkt, sondern setzt es aus zwei gleichzeitig aufgenommenen ($I + V$) und ($I - V$) Signalen zusammen. Dies berührt aber in keiner Weise unsere Simulation, bei der wir der Einfachheit halber nur das V -Profil genutzt haben.

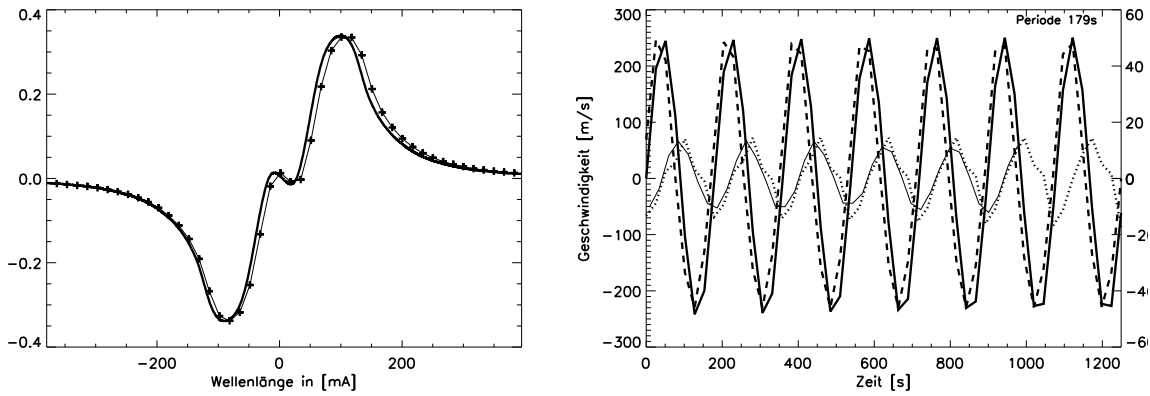


Abb. B.1: Links: Das ursprüngliche Profil (dicke durchgezogene Linie) wird durch die Messmethode gedehnt (dünn durchgezogene Linie, Kreuze stellen einzelne Messpunkte dar). Dieses Beispiel ist mit einer hohen Dopplergeschwindigkeit von 1000 m/s und einer FPI Schrittweite von 16.59 mÅ gerechnet worden, um den kleinen Effekt zu demonstrieren. Rechts: Ein Beispiel einer 3 min Geschwindigkeitsoszillation, die eine instrumentell bedingte Magnetfeldoszillation erzeugt. Vorgegebene Geschwindigkeitsamplitude (durchgezogen) 250 m/s, FPI Schrittweite 16.59 mÅ. Die gemessene Geschwindigkeit ist gestrichelt, das Magnetfeld bestimmt mit Methode A (Inversion) ist dünn durchgezogen und mit Methode B gepunktet.

B.2 Bestimmung der physikalischen Parameter

In der Analyse beschäftigen wir uns mit der Geschwindigkeit und dem Magnetfeld. Es wurden zwei Methoden zur Bestimmung dieser Parameter getestet. Im ersten Fall (Methode A) wurde eine Inversion des Stokes-V-Profiles mit einem Programm, das wiederum auf DIAMAG basiert, durchgeführt. Methode B ist dagegen eine von Beobachtern immer noch genutzte, eher grobe Möglichkeit. Man passt jeweils ein Polynom an die beiden Extrema des V-Profiles an und nutzt deren Abstand, um anhand der Zeeman-Aufspaltung mit der Starkfeld-Näherung die Magnetfeldstärke zu bestimmen:

$$B = 0.5 \cdot \Delta\lambda / 4.67 \times 10^{-10} / g_{\text{eff}} / \lambda^2, \quad (\text{B.1})$$

wobei B die Magnetfeldstärke in Gauss ergibt, wenn $\Delta\lambda$ der Abstand der Extrema des Stokes-V-Profiles in mÅ, g_{eff} der Landé-Faktor und λ das Linienzentrum in Å ist. Das Mittel der Summe der beiden Extremapositionen dient zur Bestimmung der Geschwindigkeit mittels des Dopplereffektes.

B.3 Ergebnis

Wie Abb. B.1 links demonstriert, misst man ein leicht asymmetrisches Stokes-V-Signal. Trotz der Verstärkung des Effektes ist es kaum zu erkennen. Dieser kleine Effekt hat aber bei der Interpretation einen großen Einfluss. Abb. B.1 rechts zeigt eine Zeitreihe. Die vorgegebene Geschwindigkeit der Schwingung am Anfang der Messung ist durchgezogen gezeichnet. Die aus dem gemessenen Profil abgeleitete Geschwindigkeit ist gestrichelt dargestellt. Man sieht deutlich, dass sie sich kaum merklich unterscheiden. Die Phasenverschiebung kommt von dem Zeitpunkt während des Messvorgangs, an dem man die vorgegebene Geschwindigkeit für die Zeichnung entnimmt, sie ist also nicht von Bedeutung. In diesem Fall wurde sie jeweils unmittelbar vor einem neuen Messvorgang entnommen. Die Amplituden der gemessenen Geschwindigkeiten sind unmerklich kleiner. Erschreckend ist jedoch, dass man aus den gemessenen Profilen eine Magnetfeldoszillation ableiten kann, die in Wahrheit gar nicht vorhanden ist. Es sind zwei Versionen

dieser Oszillationen eingezeichnet. Die dünne durchgezogene Linie kommt von Methode A, der Inversion des Stokes- V Profils. Die gepunktete Linie stammt von Methode B. Beide zeigen deutlich eine Magnetfeldoszillation, wobei sie mit Methode B eher dreieckförmig gerät und nur die Inversion eine glatte Sinuskurve liefert. Die Amplitude dieser Magnetfeldschwingung liegt mit 15-18 G in der Größenordnung der bisher angeblich beobachteten Oszillationen (siehe Tab. 4.1). Selbst wenn man kleinere Geschwindigkeitsamplituden von 70-100 m/s zugrunde legt, bekommt man im 3 und 5 min Periodenbereich noch 7 bis 9 G Magnetfeldamplitude. Die sichtbare Phasenbeziehung von 90 Grad ist einfach zu erklären. Um den Nulldurchgang der Geschwindigkeit bildet sich ein Extremum im Magnetfeld aus. Das Profil wird in der ersten Hälfte vor dem Nulldurchgang zu kleineren (bzw. größeren) Wellenlängen hin verschoben und in der zweiten Hälfte zu größeren (kleineren) Wellenlängen, dadurch bekommt man eine Dehnung (Stauchung) des Profils und damit ein Maximum (Minimum) in der Feldstärke. Im Bereich der Extrema in der Geschwindigkeit ändert sich die Geschwindigkeit während der Messung kaum, somit wird ein kaum gestörtes Profil aufgenommen und man hat einen Nulldurchgang in der Magnetfeldschwingung.

Der Effekt wird größer bei größerer Geschwindigkeitsamplitude und je mehr sich die Periode der Schwingung der Dauer der Messung nähert. Schwingungen mit Perioden, die kürzer als die Messdauer sind, gehen mit Schwebungen in die Messung ein. Die einzige Schwingung, die keine Magnetfeldoszillation erzeugt, hat die Periode der Messdauer.

Die größere Ungenauigkeit der Methode B kommt von der Extremasuche, deren Ergebnis davon abhängig ist, ob man bei der Messung zufällig einen Punkt nahe des Extremums des V -Profils aufnimmt oder nicht.

B.4 Zusammenfassung

Die Meßmethode des FPI's weist Schwächen bei der Bestimmung von Magnetfeldern bei Zeitreihen auf. Die Magnetfeldschwankungen, die durch das Instrument als *cross-talk* aus Geschwindigkeitsschwankungen in der Sonnenatmosphäre erzeugt werden, liegen in der Größenordnung der bisher behaupteten Magnetfeldoszillationen. Die Phase zwischen Geschwindigkeits- und Magnetfeldänderungen liegt bei 90 Grad.

Dennoch ist noch nicht sicher, ob nicht auch andere, nicht betrachtete Faktoren auch eine wichtige Rolle spielen. Z.B. zeigen Rüedi et al. (1999), dass sie bei MDI einen Einfluss der die Geschwindigkeitsschwankungen begleitenden Dichte- und Temperaturschwankungen auf die Magnetfeldbestimmung haben. Da sie jedoch die hier simulierte Messmethodik vernachlässigten, fanden sie nur einen geringfügigen Einfluss der Geschwindigkeitsschwankung selbst. Weiterhin können z.B. Phasen von Geschwindigkeit- zu Magnetfeldschwankungen von null Grad wie sie von Horn et al. (1997) mit dem FPI gefunden wurden nicht mit diesem *cross-talk* erklärt werden.

Da die Geschwindigkeit bei den Messungen nahezu korrekt wiedergegeben wird, sollte es möglich sein, mit Hilfe einer Fouriertransformation des gemessenen Geschwindigkeitssignals und der Simulation der Messeinrichtung diese Fehler zu korrigieren.

Literaturverzeichnis

- Abdelatif, T., Lites, B., & Thomas, J. 1986, *Astrophysical Journal*, 311, 1015
- Abdelatif, T. E. 1990, *Solar Physics*, 129, 201
- Aller, L. 1963, *The Atmospheres of the Sun and Stars* (The Ronald Press Company - New York)
- Bachmann, G. 1983, *Phys. Solariterr. Potsdam*, 10, 29
- Balasubramanian, K. 1989, PhD thesis
- Balthasar, H. 1999, *Solar Physics*, 187, 389
- Beckers, J. & Tallant, P. 1969, *Solar Physics*, 7, 351
- Bendlin, C. & Volkmer, R. 1995, *Astron. Astrophys. Suppl.*, 112, 371
- Bendlin, C., Volkmer, R., & Kneer, F. 1992, *Astron. Astrophys.*, 257, 817
- Bogdan, T. 2000, *Solar Physics*, 192, 373
- Bruls, J., Lites, B., & Murphy, G. 1991, in *Solar Polarimetry*, ed. L. November, 444–456
- Brynildsen, N., Leifsen, T., Kjeldseth-Moe, O., & Maltby, P. 1999, *The Astrophysical Journal*, 511, L121
- Cally, P. 2001, *Astrophys. Journal*, 548, 473
- Cally, P. & Bogdan, T. 1993, *The Astrophysical Journal*, 402, 721
- Cally, P., Bogdan, T., & Zweibel, E. 1994, *The Astrophysical Journal*, 437, 505
- Campos, L. 1989, *Monthly Notices*, 241, 215
- Carlsson, M. 1986, *A Computer Program For Solving Multi-Level NLTE Radiative Transfer Problems In Moving Or Static Atmospheres*, Tech. Rep. 33, Uppsala Astronomical Observatory
- Cobo, B. R. & del Toro Iniesta, J. 1992, *The Astrophysical Journal*, 298, 375
- Deubner, F.-L. 1975, *Astron. & Astrophys.*, 44, 371
- Dunn, R. 1969, *Sky & Telescope*, 38, 368
- Edmonds, F. & Webb, C. 1972, *Solar Physics*, 22, 276
- Efremov, V. & Parfinenko, L. 1996, *Astronomy Reports*, 40, 89
- Elmore, D., Lites, B., & S. Tomczyk, e. a. 1992, in *Polarization Analysis and Measurement*, Vol. 1746 (Proc. SPIE), 22
- Engvold, O. 1967, *Solar Physics*, 2, 234
- Ferraro, V. & Plumpton, C. 1958, *Astrophysical Journal*, 127, 459
- Fleck, B. 1991, Universität Würzburg, PhD thesis
- Grigoryeva, S. & Turova, I. 1998, *Solar Physics*, 179, 17
- Grossmann-Doerth, U. 1994, *Astronomy and Astrophysics*, 285, 1012
- Groth, E. 1975, *Astrophys. J. Suppl.*, 29, 285

- Gurman, J. & House, L. 1981, *Solar Physics*, 71, 5
- Gurman, J., J.W.Leibacher, Shine, R., Woodgate, B., & Henze, W. 1982, *The Astrophysical Journal*, 253, 939
- Gurman, J. & Leibacher, J. 1984, *The Astrophysical Journal*, 283, 859
- Hale, G. 1908, *Astrophysical Journal*, 28, 315
- Hamel, J. 1996, *Astronomiegeschichte in Quellen* (Spektrum Akad. Verl.)
- Hasan, S. 1991, *The Astrophysical Journal*, 366, 328
- Horn, T., Staude, J., & Landgraf, V. 1997, *Solar Physics*, 172, 69
- Khomenko, E., Collados, M., & Rubio, L. B. 2001, tHEMIS conference, Roma 2001
- Kneer, F. & Mattig, W. 1978, *Astronomy and Astrophysics*, 65, 17
- Kneer, F., Mattig, W., & Uexküll, M. 1981, *Astronomy and Astrophysics*, 102, 147
- Kollatschny, W., Wiehr, E., Stellmacher, G., & Falipou, M. 1980, *Astronomy and Astrophysics*, 86, 245
- Kupke, R., Labonte, B., & Mickey, D. 2000, *Solar Physics*, 191/1, 97
- Lamb, H. 1908, *Proc. London Math. Soc.*, 7, 122
- Landgraf, V. 1997, *Astron. Nachr.*, 318, 129
- Lee, J.-W. & Yun, H.-S. 1987, *Journal of The Korean Astronomical Society*, 20, 27
- Linsky, J. & Avrett, E. 1970, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 82, 169
- Lites, B. 1984, *The Astrophysical Journal*, 277, 874
- . 1986, *The Astrophysical Journal*, 301, 1005
- . 1996, *Solar Physics*, 163, 223
- Lites, B. & Skumanich, A. 1982, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 49, 293
- . 1990, *Astrophysical Journal*, 348, 747
- Lites, B. & Thomas, J. 1985, *The Astrophysical Journal*, 294, 682
- Lites, B., Thomas, J., Bogdan, T., & Cally, P. 1998, *The Astrophysical Journal*, 497, 464
- Lites, B., White, O., & Packman, D. 1982, *The Astrophysical Journal*, 253, 386
- Locans, V., Skerse, D., Staude, J., & Zugzda, Y. 1988, *Astronomy and Astrophysics*, 204, 263
- Maltby, P., Avrett, E., Carlsson, M., Kjeldseth-Moe, O., Kurucz, R., & Loeser, R. 1986, *The Astrophysical Journal*, 306, 284
- Mattig, W. & Kneer, F. 1978, *Astronomy and Astrophysics*, 65, 11
- Mihalas, B. & Toomre, J. 1981, *The Astrophysical Journal*, 249, 349
- Mihalas, D. & Mihalas, B. 1984, *Foundations of Radiation Hydrodynamics* (Oxford University Press, <http://lib-www.lanl.gov/>)
- Milanov, V. 1980, *Phys. Solariterr. Potsdam*, 13, 109
- Moglievskij, E., Obriko, V., & Shelting, B. 1973, *Radiofizika*, 16, 1357
- Nemec, A. L. & Nemec, J. 1985, *The Astrophysical Journal*, 90, 2317
- Norton, A. & Ulrich, R. 1999, *The Astrophysical Journal*, 518, L123
- Norton, A., Ulrich, R., Bogart, R., Bush, R., & Hoeksema, J. 1998, in , *IAU-Sym.*, 453
- Obridko, V. & Staude, J. 1988, *Astronomy and Astrophysics*, 189, 232
- O'Shea, E., Banerjee, D., Doyle, J., Fleck, B., & Murtagh, F. 2001, *Astronomy and Astrophysics*, 368, 1095

- Penn, M. & LaBonte, B. 1993, *The Astrophysical Journal*, 415, 383
- Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., & Fannery, B. 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN - 2nd Edition* (Cambridge University Press, <http://www.nr.com/>)
- Priest, E. 1984, *Solar Magnetohydrodynamics* (D. Reidel Publishing Company)
- Provost, J. 1976, *Astronomy and Astrophysics*, 46, 159
- Rendtel, J. 2001, Universität-Potsdam, PhD thesis
- Rendtel, J., Staude, J., Innes, D., Wilhelm, K., & Gurman, J. 1998, in *A Crossroad for European Solar and Heliospheric Physics*, Vol. ESA SP-417, 277
- Rubio, L. B., Collados, M., Cobo, B. R., & Hidalgo, I. R. 2000, *Astrophysical Journal*, 534, 989
- Rüedi, I., Solanki, S., Bogdan, T., & P.Cally. 1999, in *Solar Polarization*, ed. K. Nagendra & J. Stenflo, Vol. 243 (*Astrophysics and Space Science Library*), 337–347
- Rüedi, I., Solanki, S., Stenflo, J., Tarbell, T., & Scherrer, P. 1998, *Astronomy and Astrophysics*, 335, L97
- Rutten, R. 2000, *Radiative Transfer In Stellar Atmospheres*, <http://www.fys.ruu.nl/~rutten/>
- Scheffler, H. & Elsässer, H. 1990, *Physik der Sterne und der Sonne*, 2nd edn. (BI-Wissenschaftsverlag)
- Scherrer, P., Bogart, R., Bush, R., & the MDI Team. 1995, *Solar Physics*, 162, 129
- Scheuer, M. & Thomas, J. 1981, *Solar Physics*, 71, 21
- Schlichenmaier, R., Collados, M., Luehe, O., & Soltau, D. 2001, in *Advances in Solar Polarimetry. ASP Conference Series*, ed. M. Sigwarth, in press
- Schultz, R. & White, O. 1974, *Solar Physics*, 35, 309
- Schwabe, H. 1844, *Astron. Nachr.*, 21, 233
- Settele, A., Carroll, T., & Nickelt, I. 2001a, *Astronomy and Astrophysics Letters*, submitted
- Settele, A., Staude, J., & Zhugzhda, Y. 2001b, in *ESA SP, Vol. 464, SOHO10/GONG2000 Workshop: Helio- and Asteroseismology at the Dawn of the Millennium*, 247–250
- Settele, A., Staude, J., & Zhugzhda, Y. 2001c, *Solar Physics*, in press
- Settele, A., Zhugzhda, Y., & Staude, J. 1999a, in *ESA SP, Vol. 448-1, 9th European Meeting on Solar Physics: Magnetic Fields and Solar Processes*, 367–371
- Settele, A., Zhugzhda, Y., & Staude, J. 1999b, *Astron. Nachr.*, 320, 147
- Shine, R. & Linsky, J. 1974, *Solar Physics*, 39, 49
- Shine, R., Milkey, R., & Mihalas, D. 1975, *The Astrophysical Journal*, 199, 724
- Sigwarth, M. 1999, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau, PhD thesis
- Skochilov, V. & Teplitskaya, R. 1997, *Solar Physics*, 173, 275
- Skumanich, A. & Lites, B. 1987, *Astrophysical Journal*, 322, 437
- Skumanich, A., Lites, B., & Pillet, V. M. 1994, in *Solar surface magnetism*, Vol. 443 (*ASI Series*), 99
- Skumanich, A., Lites, B., Pillet, V. M., & Seagraves, P. 1997, *Astrophysical Journal Supplement*, 110, 357
- Skumanich, A., Lites, B., & Seagraves, P. 1996, in *Forum Themis: Science with Themis*, 111
- Souffrin, P. 1966, *Ann. d'Astrophys.*, 29, 55
- Späth, H. 1973, *Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen* (Oldenburg-Verlag München, Wien)

- Staude, J. 1976, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, 27, 365
- , 1978, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, 29, 71
- , 1981, *Astronomy and Astrophysics*, 100, 284
- , 1982, Diagnostics of solar active regions in photosphere and chromosphere by means of the spectral polarimetry of Fraunhofer lines - a compilation of computer programs, Tech. Rep. HHI-STP-Report no. 14, HHI
- Staude, J. 1999, in *ASP Conference Series*, Vol. 184, Third advances in solar physics euroconference: Magnetic fields and oscillations, ed. B. Schmieder, A. Hofmann, & J. Staude, 113–130
- Staude, J., Rendtel, J., & Settele, A. 2001, in *Recent insight into the physics of the sun and heliosphere - highlights from SOHO and other space missions*, ed. P. Brekke, B. Fleck, & J. Gurman, Vol. in press, *IAU Symp. (ASP Conf. Series.)*
- Staude, J., Zugzda, Y., & Locans, V. 1987, in *The Sun*, ed. L. Hejna & M. Sobotka, Vol. 1, 10th Eurp. Regional Astron. Meeting of the IAU
- Stix, M. 1989, *The Sun* (Springer-Verlag)
- Syrovatskii, S. & Zhugzhda, Y. 1967, *Soviet Astron.*, 11, 1136
- Thomas, J. 1984, *Astronomy and Astrophysics*, 135, 188
- Thomas, J., Cram, L., & Nye, A. 1984, *The Astrophysical Journal*, 285, 368
- Thomas, J., Lites, B., Gurman, J., & Ladd, E. 1987, *The Astrophysical Journal*, 312, 457
- Thomas, J. & Scheuer, M. 1982, *Solar Physics*, 79, 19
- Thomas, J. & Weiss, N., eds. 1992a, *NATO ASI Series C*, Vol. 375, *Sunspots: Theory and Observations*
- Thomas, J. & Weiss, N. 1992b, in *NATO ASI Series C*, Vol. 375, *Sunspots: Theory and Observations*, ed. J. Thomas & N. Weiss, 3–59
- Uchida, Y. 1967, *Astrophysical Journal*, 147, 181
- Uchida, Y. & Sakurai, T. 1975, *Publ. Astron. Soc. Japan*, 27, 259
- Uexküll, M., Kneer, F., & Mattig, W. 1983, *Astronomy and Astrophysics*, 123, 263
- Vernazza, J., Avrett, E., & Loeser, R. 1981, *Astrophys. J. Suppl.*, 45, 635
- Wood, W. 1990, *Solar Physics*, 128, 353
- , 1997, *Solar Physics*, 173, 259
- Yoon, T.-S., Yun, H.-S., & Kim, J.-H. 1995, *Journal of The Korean Astronomical Society*, 28, 245
- Zhugzhda, Y., Balthasar, H., & Staude, J. 2000, in *ESA SP*, Vol. 448, 9th European Meeting on Solar Physics: Magnetic Fields and Solar Processes
- Zhugzhda, Y. & Dzhilov, N. 1982, *Astronomy and Astrophysics*, 112, 16
- , 1984, *Astronomy and Astrophysics*, 132, 45
- Zhugzhda, Y., Locans, V., & Staude, J. 1983, *Solar Physics*, 82, 369
- Zirker, J. 1998, *Solar Physics*, 182, 1
- Zugzda, Y., Locans, V., & Staude, J. 1985, *Astronomy and Astrophysics*, 143, 201
- , 1987, *Astronomische Nachrichten*, 308, 257
- Zugzda, Y., Staude, J., & Locans, V. 1984, *Solar Physics*, 91, 219

Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei Herrn Prof. J. Stauder für die freundliche Betreuung der Arbeit, insbesondere für die Neuberechnung der Atmosphärenmodelle mit seinem Code, sowie die Unterstützung zur Teilnahme an verschiedenen Sommerschulen bedanken. Herrn Prof. Y.D. Zhugzhda möchte ich für die Betreuung des theoretischen Teils dieser Arbeit danken. Frau Dr. habil. C.-V. Meister möchte ich für das Schreiben des Antrags für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit sowie für das Durchlesen eines Teils des Programmes meinen Dank aussprechen.

Weiterhin möchte ich mich bedanken bei:

Herrn Prof. M. Carlsson für die Bereitstellung des Liniensyntheseprogramms MULTI sowie für die zugehörigen Tips,

Herrn Dr. J. Bruls für die Bereitstellung des FeI-Atommodells für MULTI und gleichfalls für die wertvollen Hinweise,

Herrn Dr. H. Balthasar, Herrn Dr. N.S. Dzhililov, Herrn Dr. A. Hofmann, Herrn T. Horn, Herrn Dr. B. Kliem, Herrn V. Landgraf, Frau Dr. K. Muglach, Herrn J. Rendtel für die gute Arbeitsatmosphäre sowie die wertvolle Hilfe durch Diskussionen und Tips,

Herrn A. Pregla für die vielen fruchtbaren Diskussionen, die Bereitschaft hin und wieder meine analytischen Rechnungen zu überprüfen und dafür, dass er es mit mir zusammen im Arbeitszimmer ausgehalten hat,

Herrn K. Arlt für die Hinweise und Diskussion bei numerischen Problemen,

Herrn T. Carroll für die vielen sehr aufschlussreichen Diskussionen, die gute Zusammenarbeit bei der Sache mit dem FPI und die moralische Unterstützung,

Herrn I. Nickelt-Czycykowski für die interessanten Diskussionen und die Zusammenarbeit beim FPI paper,

den Herren Prof. Dr. M. Stix und Prof. Dr. P. Grabmayr für die Unterstützung in Bezug auf meinen USA Aufenthalt,

Herrn Dr. S. Keil für die Beschaffung der finanziellen Mittel für meinen dreimonatigen Aufenthalt am National Solar Observatory in Sunspot, New Mexico, USA,

Herrn Dr. M. Sigwarth für die fabelhafte Betreuung während meines Aufenthaltes in Sunspot und auch für die Diskussionen über die Ergebnisse danach,

dem Beobachtungspersonal des Dunn Solar Telescopes für die gute Zusammenarbeit,

den Frauen B. Schewe, L. Kurth und M.-L. Strohhbusch sowie den Herren H. Detlefs und H.-U. Schmidt für administrative Unterstützung,

Herrn Dr. A. Freudenberg und Frau K. Besig für das Korrekturlesen dieser Arbeit.

Ihnen allen meinen herzlichen Dank. Sollte ich jemanden vergessen haben, entschuldige ich mich untertänigst, Ihnen gilt mein besonderer Dank!